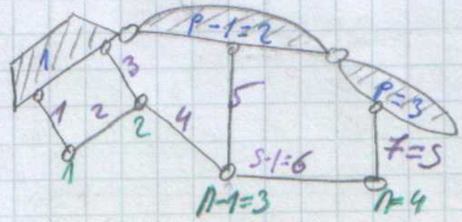
41 (10) НОСАЧИ КОЈИ СЕ САСТОЈЕ ИЗ ЛАНАЦА ПЛОЧА И НИЗА ПРОСТИХ ШТАПОВА. ОДРЕЂИВАЊЕ РЕАКЦИЈА ОСЛОНАЦА И СИЛА У ПРЕСЕЦИМА КОД ВИСЕЋЕГ МОСТА.



=> На слици је приказан ланац од p плоча са којим је повезано n чворова са s простих штапова. Ланац од p плоча има $p+2$ степена слободе померања а n чворова имају $2n$ степени слободе померања, па да би систем био **КИНЕМАТИЧКИ ПРОСТО СТАБИЛАН** број штапова s, ослонаца z_o и укљештења z_u од којих сваки укида по један степен слободе померања треба да буде $p+2+2n$ тј.:

(1) $$z_o + z_u + s = p + 2 + 2n$$

*Реакције и силе у штаповима одређујемо упоредо из $p+2$ услова равнотеже ланца и $2n$ услова равнотеже чворова. Полазимо од услова равнотеже чворова на које поред познатих спољашњих сила делују s непознатих сила у штаповима и z_o'' непознатих реакција ослонаца у оним чворовима који не припадају плочама ланца, број непознатих $(s+z_o'')$ већи је од броја јед-на $2n$, па оне не могу из тих услова да се срачунају, али могу да се изразе у ф-ји $(s+z_o'')-2n$ погодно изабраних статичких величина. Тих $(s+z_o'')-2n$ величина са z_o' реакција ослонаца на ланцу и z_u момената укљештења могу да се одреде из $p+2$ услова равнотеже ланца, јер је сагласно (1):

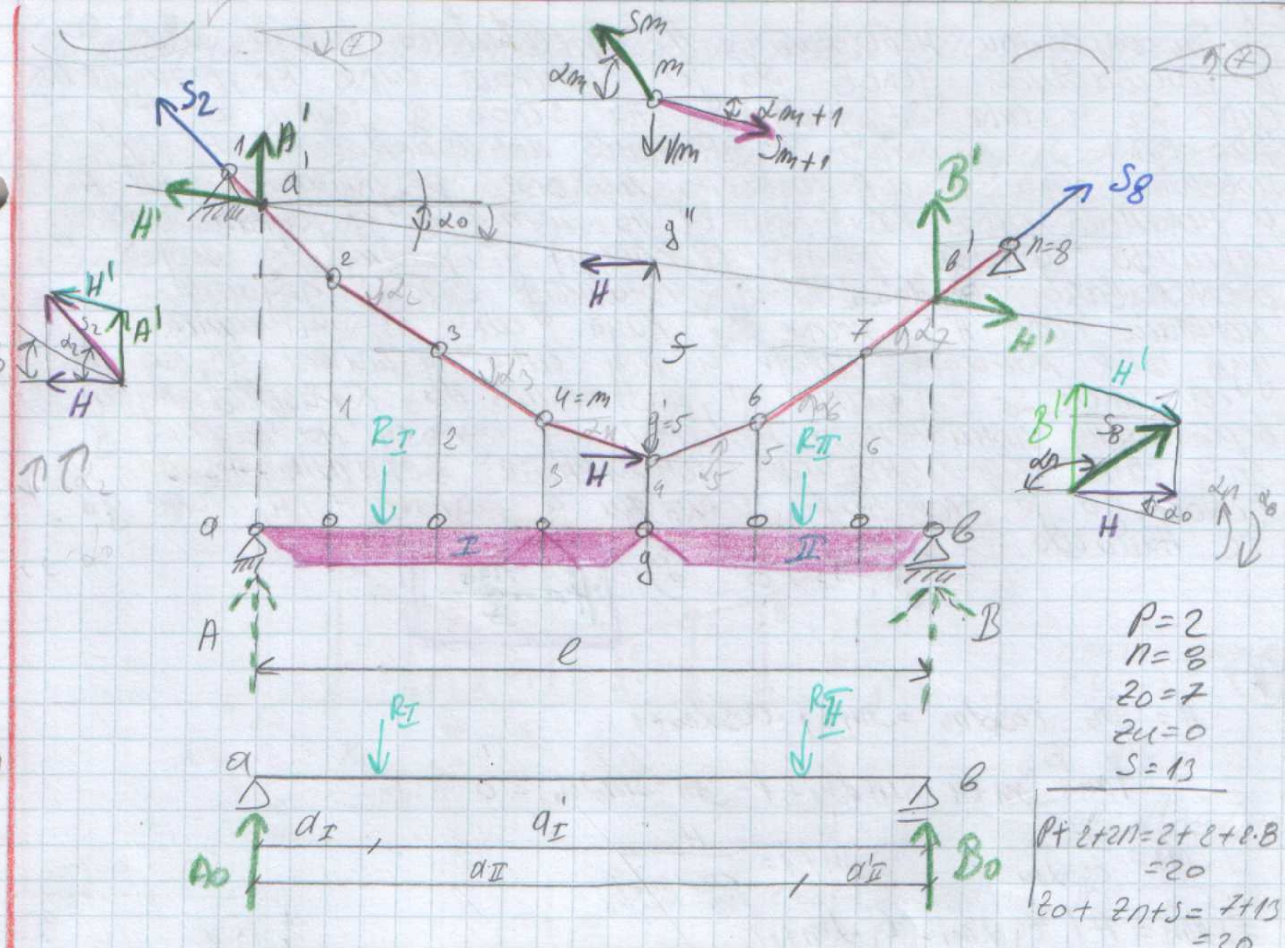
(2) $$(s+z_o'')-2n+z_o'+z_u=p+2$$

Висећи (ланчани) мост.

Посматрамо ланац који се састоји од две плоче ag и gb, обешеног са 6 верт. штапова о 1 ланац са 7 простих штапова. Преласком од датог носача на кореспондентну плочу закључујемо да је овај носач => Носач II врсте. Отуда, реакције ослонаца могу лако да се одреде. Ако се оптерећење носача преноси само преко плоча ag и gb на чвор m, нападају силе S_m и S_{m+1} у штаповима ланца $(m-1)-m$ и $m-(m+1)$ и сила V_m у вертикали тог чвора. Ако са α_m и α_{m+1} обележимо углове нагиба одговарајућих штапова ланца, услови равнотеже чвора m гласе:

(3)
$$S_m \cos\alpha_m - S_{m+1}\cos\alpha_{m+1} = 0$$
$$V_m - S_m \cdot \sin\alpha_m + S_{m+1}\cdot \sin\alpha_{m+1} = 0$$

H - хоризонтална компонента силе у ланцу = const.
S_m - сила у ланцу између чворова $m-1$ и m.
V_m - сила у вертикали у чвору m.



Из 3.1 $\Rightarrow S_m \cdot \cos\alpha_m = S_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1}$

Ако ову компоненту сила S_m обележимо са $H \Rightarrow$

$$S_m = \frac{H}{\cos\alpha_m} \quad \text{тј.} \quad S_{m+1} = \frac{H}{\cos\alpha_{m+1}} \qquad (4)$$

када (4) убацимо у (3.2) $\Rightarrow$ $$V_m = H(tg\,\alpha_m - tg\,\alpha_{m+1}) \qquad (5)$$

Да бисмо одредили реакције A и B пресећићемо ланац у тачкама a' и b' на вертикалама изнад ослонаца a и b, и силе S_2 и S_8 разложићемо у вертикалне компоненте A' и B' и на компоненте H' у правцу $a'b'$!

са слике $\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} A' &= H(tg\,\alpha_2 - tg\,\alpha_0) \\ B' &= H(tg\,\alpha_0 - tg\,\alpha_n) \\ H' &= H \sec\alpha_0 \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

$\boxed{\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}}$

S_2, S_8, A, B, R_I и R_{II} су у равнотежи

Из $\Sigma M_a = 0; \ \Sigma M_b = 0 \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} A + A' &= \frac{1}{l}(R_I a_I' + R_{II} \cdot a_{II}') \\ B + B' &= \frac{1}{l}(R_I a_I + R_{II} \cdot a_{II}) \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} A + A' &= A_0 \\ B + B' &= B_0 \end{aligned}\right\} \text{ са слике.} \qquad (8)$$

... пресечемо штап 4-5
и поставити услов да је моменат силе R_I, реакције A, силе S_2 и силе S_5 у односу на зглоб g једнак 0.
- Ако силу S_2 у тачки a' заменимо компонентама A' и H', моменат сила A' и A односно њихове резултанте $A+A'=A_0$ и моменат силе R_I у односу на тачку g је једнак моменту савијања просте греде (на слици) у пресеку g који обележавамо са M_{g0}. Овом моменту треба додати моменат силе H' и силе S_5^*. Када силу H' померимо дуж њене нападне линије и ту силу у тачки g'', заједно са силом S_5 у тачки g', разложимо на хоризонталну и вертикалну компоненту, моменат у односу на тачку g дају само хоризонталне компоненте величине $-Hs$. Услов да је моменат у тачки g једнак нули, може да се напише:

$$M_{g0} - Hs = 0 \Rightarrow \boxed{H = \frac{M_{g0}}{s}}$$

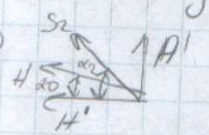
(*)

$$H = S_m \cdot \cos\alpha_m = S_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1}$$

$$V_m + S_{m+1} \cdot \sin\alpha_{m+1} - S_m \cdot \sin\alpha_m = 0$$

$$S_m = \frac{H}{\cos\alpha_m} \qquad S_{m+1} = \frac{H}{\cos\alpha_{m+1}}$$

$$\Rightarrow V_m = H(\operatorname{tg}\alpha_m - \operatorname{tg}\alpha_{m+1})$$

$\Rightarrow$ 

$$H = H'\cos\alpha_0 \qquad S_2 = \frac{H}{\cos\alpha_2}$$

$$H' = \frac{H}{\cos\alpha_0}$$

$$A' = S_2 \cdot \sin\alpha_2 - H' \cdot \sin\alpha_0$$

$$= S_2 \cdot \sin\alpha_2 - \underbrace{\frac{H}{\cos\alpha_0} \cdot \sin\alpha_0}_{\operatorname{tg}\alpha_0} = H(\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_0)$$

$$B' = S_8 \cdot \sin(180 - \alpha_n) + H(\operatorname{tg}\alpha_0 - \operatorname{tg}\alpha_n)$$

$$(A+A')l = R_I \cdot a_I' + R_2\, a_{II}'$$

$$(B+B') \cdot l = R_I\, a_I + R_2 \cdot a_{II}$$

$$A_0 \cdot l = R_I \cdot a_I' + R_{II} \cdot a_{II}'$$

$$B_0\, l = R_I \cdot a_I + R_{II} \cdot a_{II}$$

$$A + A' = A_0$$
$$B + B' = B_0$$

$$\boxed{A = A_0 - H(\operatorname{tg}(\alpha_2) - \operatorname{tg}(\alpha_0))}$$

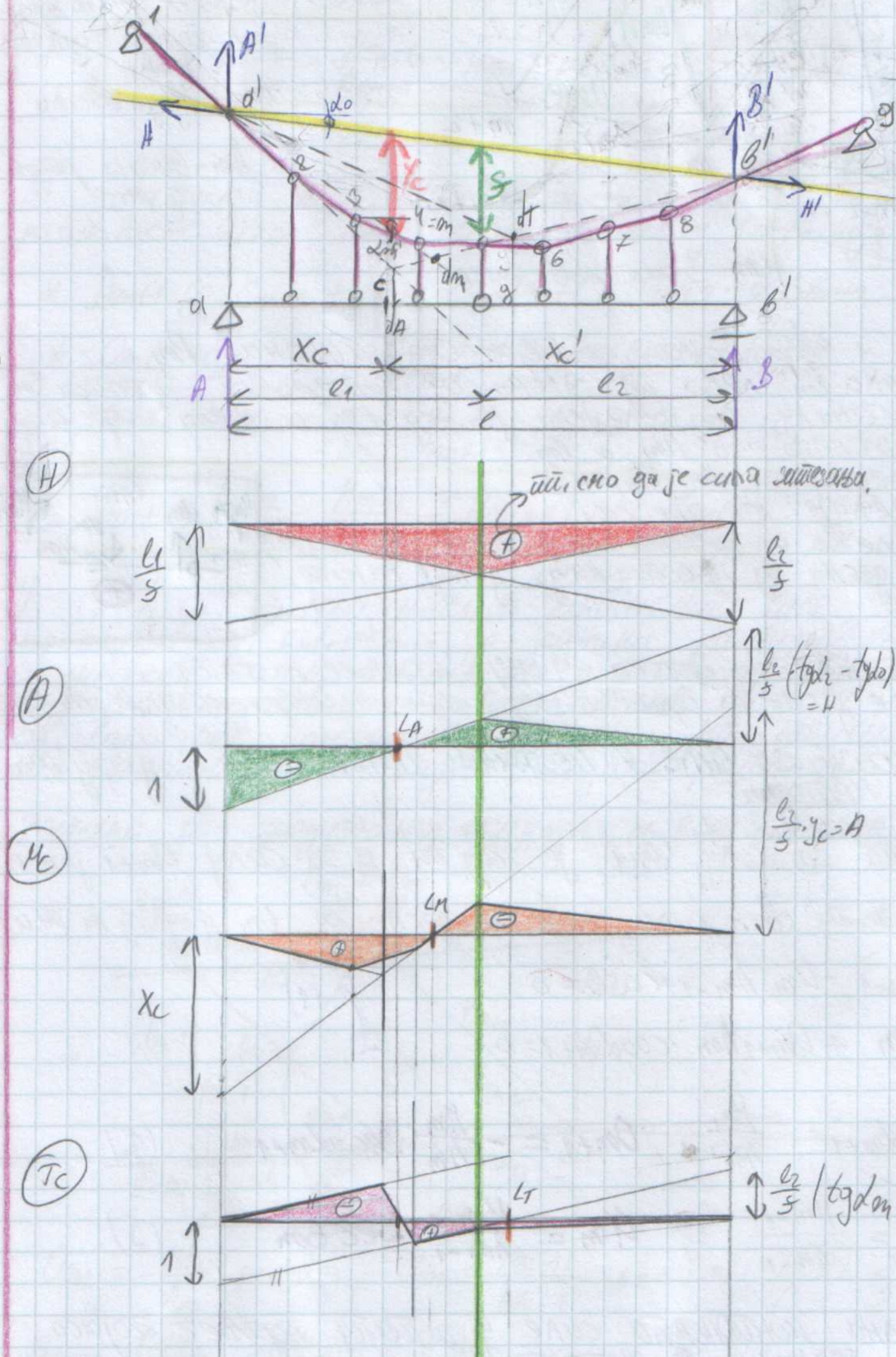
$$\boxed{B = B_0 + H(\operatorname{tg}(\alpha_n) - \operatorname{tg}(\alpha_0))}$$

121 (42) КОНСТРУКЦИЈА УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА КОД ВИСЕЋЕГ МОСТА

(11)

⇒ Претпостављено је да су греде између вешаљки оптерећене посредно, а да се ут. лин. за реакцију A разликује од утицајне линије за T силу у пољу до ослонца а само у том пољу.

⇒ конструкција ут. лин. слична је као за луk на 3 зглоба.



стојан и продуж...

I 1–2

II 8' – g

III a' – c'

$H = H' \cos\alpha_0$

$H = \frac{M_{g0}}{f}$

$A + A' = A_0$

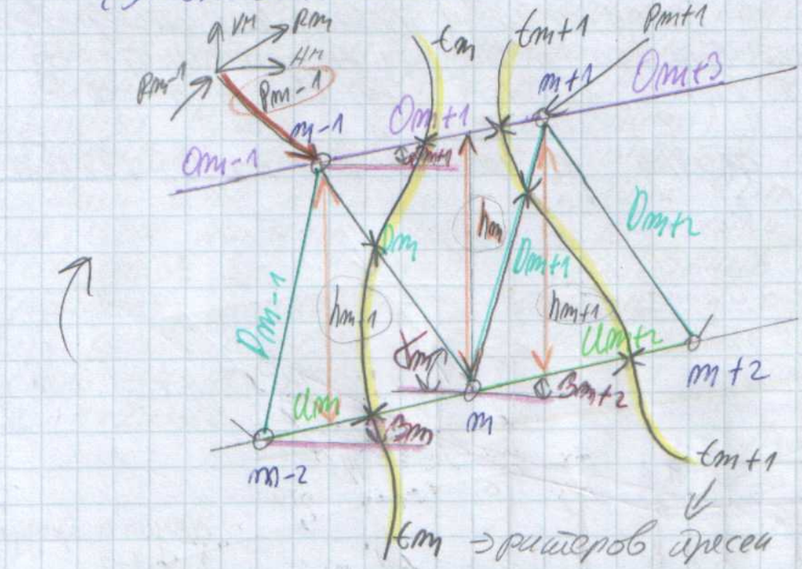
$B + B' = B_0$

$A = A_0 - H(tg\alpha_2 - \alpha_0 \ldots$

$M_C = M_0 - H y_C$

$T_C = T_{C0} - H(tg\alpha_m - \ldots$

(11) (12) АНАЛИТИЧКИ ИЗРАЗИ ЗА СИЛЕ У ШТАПОВИМА РЕШЕТКЕ СА ТРОУГАОНОМ ИСПУНОМ И РЕШЕТКЕ СА ВЕРТИКАЛАМА И ДИЈАГОНАЛАМА.

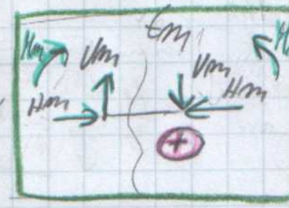


штапови:
O - горњи појас
U - доњи појас
D - дијагонале

углови према хор:
α - горњи појас
β - доњи
γ - дијагонала

h_m - висина решетке у m.

- Решетка је у чворовима оптерећена силама P_m.
- Резултанта сила P_m лево тј. десно од Ритеровог пресека t_m која сече дијагоналу D_m обележена је са R_m, а њена хор. и верт. компонента са H_m и V_m.
- Позитивне вредности H_m, V_m, M_m ⇒
  - H_m – када делује ка пресеку
  - V_m – за део лево од пресека када делује на више, за део десно од пресека када делује на ниже.



M_m – за силе лево од пресека – у смеру казаљке на сату
– за силе десно од пресека – супротно од смера казаљке на сату.

Аналитички изрази за СИЛЕ У ПОЈАСНИМ ШТАПОВИМА добијамо ритеровом методом.

- Ритерова тачка за силу O_{m+1} је чвор m, а за силу U_{m+1} је $m-1$.

(Услов сума момената свих сила лево и десно од t_m у односу на m и $m-1$, $=0$)

⇒

$\Sigma M_{m-1}=0$: (лево од t_m) $\quad M_{m-1} - U_m \cdot h_{m-1} \cdot \cos\beta = 0$

$\Sigma M_m = 0$: (десно од t_m) $\quad M_m + O_{m+1} h_m \cdot \cos\alpha_{m+1} = 0 \qquad (1)$

$$\Rightarrow O_{m+1}\cos\alpha_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}, \quad O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}\cdot \sec\alpha_{m+1} \qquad (2)$$

$$U_m \cdot \cos\beta_m = \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}}, \quad U_m = \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} \cdot \sec\beta_m \qquad (3)$$

⇒ Хоризонтална компонента силе у штапу горњег појаса ($O_{m+1}\cos\alpha_{m+1}$) једнака је негативној, а да је хоризонтална компонента силе у штапу доњег појаса ($U_m \cos\beta_m$) једнака позитивној вредности количника M/h за одговарајућу ритерову тачку.

Најпогоднији начин за нумеричко одређивање СИЛЕ У ДИЈАГОНАЛИ добијамо из услова да је збир хоризонталних компонената свих сила лево или десно од пресека t_m једнак нули:

$$D_m \cdot \cos\gamma_m + O_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1} + U_m \cdot \cos\beta_m + H_m = 0 \quad (4)$$

У (4) убацимо (2) и (3):

$$D_m \cdot \cos\gamma_m = \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} - H_m \quad (7)$$

тј.

$$\boxed{D_m = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} - H_m\right)\sec\gamma_m} \quad (5)$$

израз за дијагоналу која пада слева на десно.

За дијагоналу која пада с десна на лево, радимо услов равнотеже сила лево или десно од t_{m+1} који сече $O_{m+1}, D_{m+1}, U_{m+2}$

$$* \; D_{m+1} \cdot \cos\gamma_{m+1} + O_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1} + U_{m+2} \cdot \cos\beta_{m+2} + H_{m+1} = 0$$

$$* \; O_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}, \quad U_{m+2} \cdot \cos\beta_{m+2} = \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}}$$

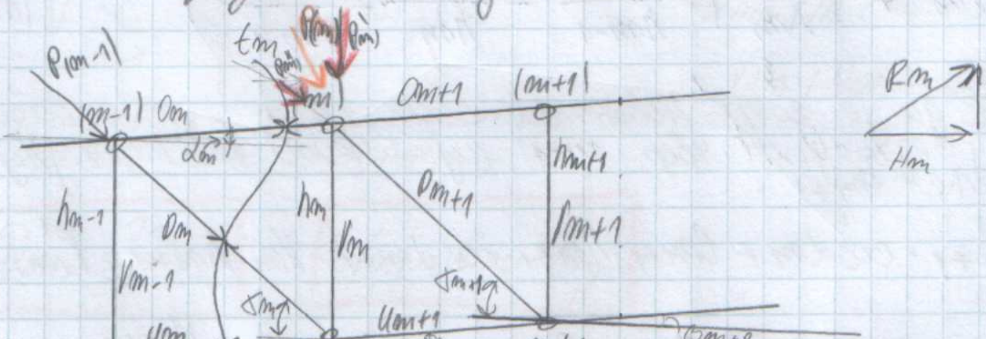
$$\Rightarrow D_{m+1} \cdot \cos\gamma_{m+1} = \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - H_{m+1} \quad (8)$$

тј.

$$\boxed{D_{m+1} = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - H_{m+1}\right) \cdot \sec\gamma_{m+1}} \quad (6)$$

Из (7) и (8) $\Rightarrow$ Хоризонтална компонента силе у дијагонали ($D_m \cos\gamma_m$ тј. $D_{m+1}\cos\gamma_{m+1}$) је једнака разлици количника M/h за чворове на крајевима те дијагонале умањеној за хоризонталну компоненту спољашњих сила с једне стране одговарајућег пресека, у разлици M/h позитиван знак има количник за чвор доњег појаса решетке.

РЕШЕТКА СА ТРОУГАОНОМ ИСПУНОМ И ВЕРТИКАЛАМА



$$O_m = -\frac{M_m}{h_m} \cdot \sec\alpha_m, \quad U_m = \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}} \cdot \sec\beta_m$$

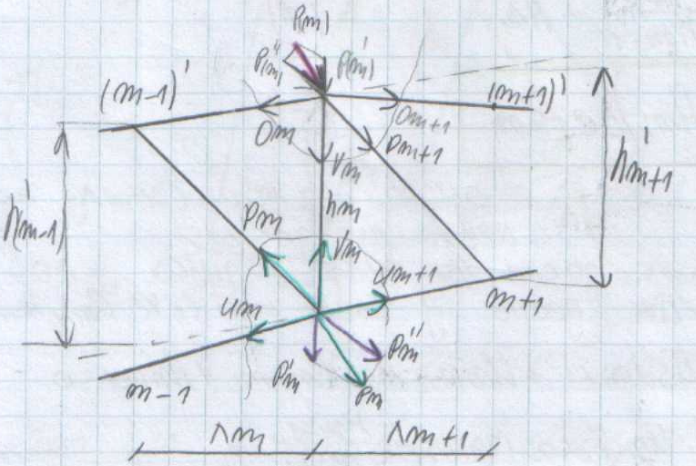
$$D_m = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}} - H_m\right) \cdot \sec\gamma_m$$

из $\Sigma H = 0$, $\Sigma H = 0$

Изрази за силе у вертикали $\Rightarrow$

Ритерова тачка за вертикалу V_m налази се у пресеку штапова O_m и U_{m+1}. Ту тачку није увек лако одредити, па за одређивање верт. користимо услов равнотеже сила које нападају чвор m или (m).

Прво посматрамо чвор m у коме делују $P_m, V_m, D_m, U_m, U_{m+1}$ (у равнотежи су.)



Услов написан за $(m-1)$:

$$U_m \cdot h_{m-1} \cdot \cos\beta_m - U_{m+1} \cdot h'(m-1) \cos\beta_{m+1} - V_m \cdot \lambda_m + P'_m \cdot \lambda_m = 0 \quad (9)$$

P'_m – верт. компонента силе P_m када је разложимо на правац дијагонале D_m и на верт. правац.

$h'(m-1)$ – одстојање чвора $(m-1)$ од тачке у којој нападна линија силе U_{m+1} сече вертикалу у том чвору.

$\Rightarrow$ У (9) унесемо: $U_m \cdot \cos\beta_m = \frac{M(m-1)}{h_{m-1}}$ и $U_{m+1} \cdot \cos\beta_{m+1} = \frac{M(m)}{h_m}$

и решимо по V_m $\Rightarrow$

$$V_m = P'_m + \frac{h_{m-1}}{\lambda_m}\left(\frac{M(m-1)}{h_{m-1}} - \frac{M(m)}{h_m} \cdot \frac{h'(m-1)}{h_{m-1}}\right) \quad (10)$$

Из услова да је збир момената свих сила које нападају чвор (m) у односу на чвор $m+1$ који лежи на нападној линији силе O_{m+1}:

$$-O_m \cdot h'_{m+1} \cdot \cos\alpha_m + O_{m+1} \cdot h_{m+1} \cdot \cos\alpha_{m+1} - V_m \cdot \lambda_{m+1} - P'_{(m)} \cdot \lambda_{m+1} = 0$$

са:

$$O_m \cdot \cos\alpha_m = -\frac{M_m}{h_m}, \quad O_{m+1} \cos\alpha_{m+1} = -\frac{M_{m+1}}{h_{m+1}}$$

још стр. 156

добије:

$$-V_m = P'(m) + \frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\left(\frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - \frac{M_m}{h_m} \cdot \frac{h'_{m+1}}{h_{m+1}}\right) \quad (11)$$

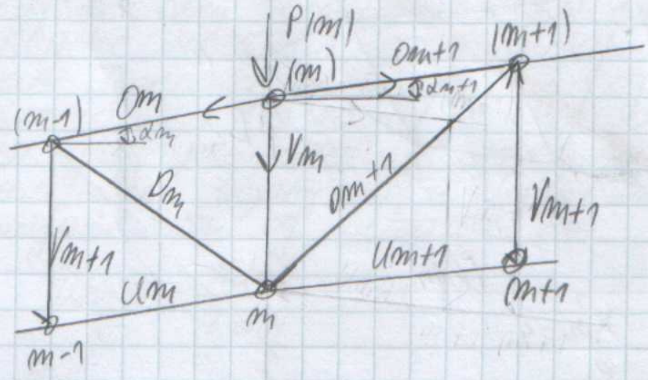
$P'(m)$ – верт. компонента силе $P(m)$ када је разложимо на верт. правац и правац дијагонале D_{m+1}

h'_{m+1} – одстојање $m+1$ од тачке у којој O_m сече верт. у том чвору.

-125

Ови изрази важе само за „цик-цак" распоред.

За вертикале између поља у којима дијагонале имају супротан смер изразе добијамо из услова равнотеже чвора у коме је вертикала везана само са појасним штаповима.



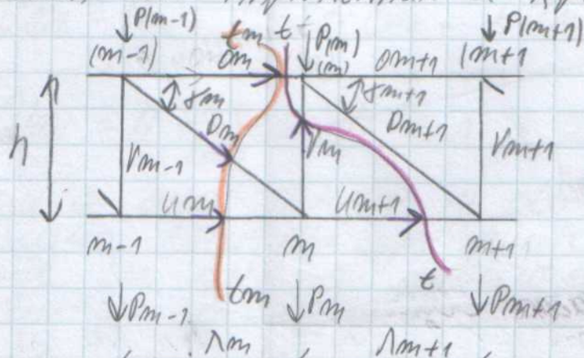
Из услова да је збир верт. компоненти свих сила које нападају на чвор (m) = 0:

$P_{(m)} + V_m + O_m \cdot \sin\alpha_m - O_{m+1} \cdot \sin\alpha_{m+1} = 0$

са $O_m = -\frac{M_m}{h_m \cdot \cos\alpha_m}$, $O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m \cdot \cos\alpha_{m+1}}$

$\Rightarrow V_m = -P_{(m)} + \frac{M_m}{h_m}\left(tg\,\alpha_m - tg\,\alpha_{m+1}\right)$

РЕШЕТКА СА ПАРАЛЕЛНИМ И ХОРИЗОНТАЛНИМ ПОЈАСЕВИМА:



$O_m = -\frac{M_m}{h}$, $U_m = \frac{M_{(m-1)}}{h}$

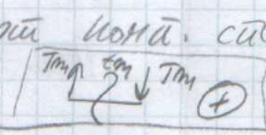
$-D_m \cdot \sin\gamma_m + T_m = 0$

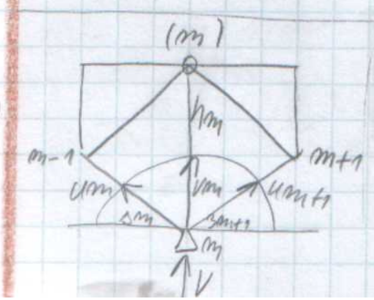
$V_m + T_m - P_m = 0$

153 стр.

$\Rightarrow \boxed{D_m = \frac{T_m}{\sin\gamma_m}}$ $\boxed{V_m = P_m - T_m}$

T_m - верт. комп. спољашњих сила лево или десно од t_m





$U_m = \frac{M_{(m)}}{h_m} \sec\beta_m$

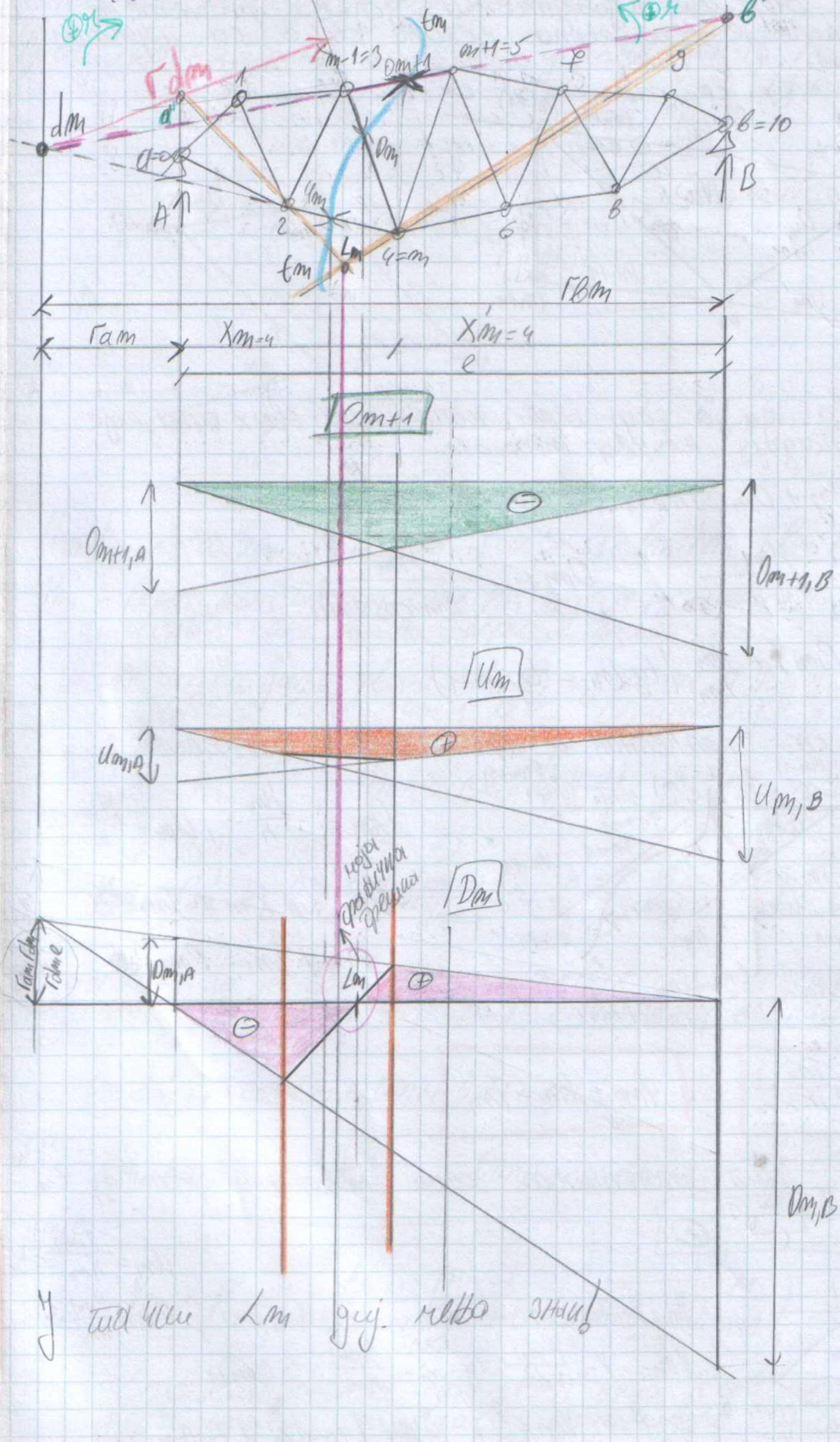
$V_m + V + U_m \cdot \sin\beta_m + U_{m+1} \cdot \sin\beta_{m+1} = 0$, $U_{m+1} = \frac{M_{(m)}}{h_m} \sec\beta_{m+1}$

$V_m = -V - \frac{M_{(m)}}{h_m} \cdot tg\,\beta_m - \frac{M_{(m)}}{h_m} \cdot tg\,\beta_{m+1}$

са $H = 0$: $V_m = -V - \frac{M_{(m)}}{h_m}\left(tg\,\beta_m + tg\,\beta_{m+1}\right)$

(44) КОНСТРУКЦИЈА УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА ЗА СИЛЕ У ШТАПОВИМА РЕШЕТКАСТЕ ПРОСТЕ ГРЕДЕ (ПОЈАСНИ ШТАПОВИ, ДИЈАГОНАЛЕ И ВЕРТИКАЛЕ) (13)

стр 82 - 93



У тачки L_m диј. мења знак!

-127 * Замислимо да смо штапове O_{m+1}, U_m и D_m пресекли пресеком $t_m - t_m$. Ритеровим поступком добијамо:

$$O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}\cdot \sec\alpha_{m+1} \qquad U_m = \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} \sec\beta_m \qquad (1)$$

* Ритерова тачка за силу у **дијагонали** је тачка d_m у којој се секу осе штапова O_{m+1} и U_m. Ако са M_{d_m} обележимо моменат спољашњих сила са једне стране пресека $t_m - t_m$ у односу на d_m и сматрамо га (+) када је смер обртања сила на левом делу решетке у смеру казаљке на сату (а на десном делу обрнуто), и са r_{d_m} обележимо нормално одстојање d_m од штапа D_m $\Rightarrow$

$$D_m = -\frac{M_{d_m}}{r_{d_m}} \qquad (2)$$

* За све положаје јединичне силе десно од пресека $t_m - t_m$ тј. за случај када се оптерећење преноси преко чворова доњег појаса за све положаје десно од m, лево од пресека је само реакција A па су горе поменути моменти:

$$M_{m-1} = A x_{m-1}, \quad M_m = A x_m, \quad M_{d_m} = -A r_{a_m}$$

а силе у штаповима

$$O_{m+1} = -A\frac{x_m}{h_m}\cdot\sec\alpha_{m+1} = A\, O_{m+1,A}$$

$$U_m = A\frac{x_{m-1}}{h_{m-1}}\cdot\sec\beta_m = A\, U_{m,A} \qquad (3)$$

$$D_m = A\frac{r_{a_m}}{r_{d_m}} = A\cdot D_{m,A}$$

$$[A|\left(\frac{x_m}{h_m} - \frac{x_m}{h_{m-1}}\right)\sec\gamma_m$$

* Када се сила помера у овим једначинама мења се само величина реакције па су утицајне линије за силе у штаповима једнаке утицајној линији за реакцију A са мултипликаторима:

$$O_{m+1,A} = -\frac{x_m}{h_m}\cdot\sec\alpha_{m+1}$$

$$U_{m,A} = \frac{x_{m-1}}{h_{m-1}}\cdot\sec\beta_m \qquad (4)$$

$$D_{m,A} = \frac{r_{a_m}}{r_{d_m}}$$

тј. утицајне линије су од чвора m до ослонца b праве чије су ординате испод ослонца b једнаке 0, а чији су одсечци испод ослонца a једнаки $O_{m+1,A}; U_{m,A}; D_{m,A}$.

-128

* За све положаје јединичне силе ЛЕВО од пресека $t_m - t_m$, тј. лево од чвора $m-2$, десно од пресека је само реакција B, па:

$$M_m = B X_m' \ , \quad M_{m-1} = B X_{m-1}' \ , \quad M_{d_m} = B \cdot r_{B_m}$$

а силе у штаповима:

$$O_{m+1} = -B \frac{X_m'}{h_m} \cdot \sec \alpha_{m+1} = B \cdot O_{m+1,B}$$

$$U_m = B \frac{X_{m-1}'}{h_{m-1}} \cdot \sec \beta_m = B \cdot U_{m,B} \qquad (5)$$

$$D_m = -B \frac{r_{B_m}}{r_{d_m}} = B \cdot D_{m,B}$$

* кад се сила помера (исти текст као изa):

$$O_{m+1,B} = -\frac{X_m'}{h_m} \cdot \sec \alpha_{m+1}$$

$$U_{m,B} = \frac{X_{m-1}'}{h_{m-1}} \sec \beta_m \qquad (6)$$

$$D_{m,B} = \frac{-r_{B_m}}{r_{d_m}}$$

$$\left[B\left(\frac{X_m'}{h_m} - \frac{X_{m-1}'}{h_{m-1}}\right) \sec \gamma_m\right]$$

тј. утицајне линије су од ослонца a до $m-2$ праве чије су ординате испод ослонца $a = 0$ а одсечци испод b су једнаки $O_{m+1,B}$; $U_{m,B}$; $D_{m,B}$.

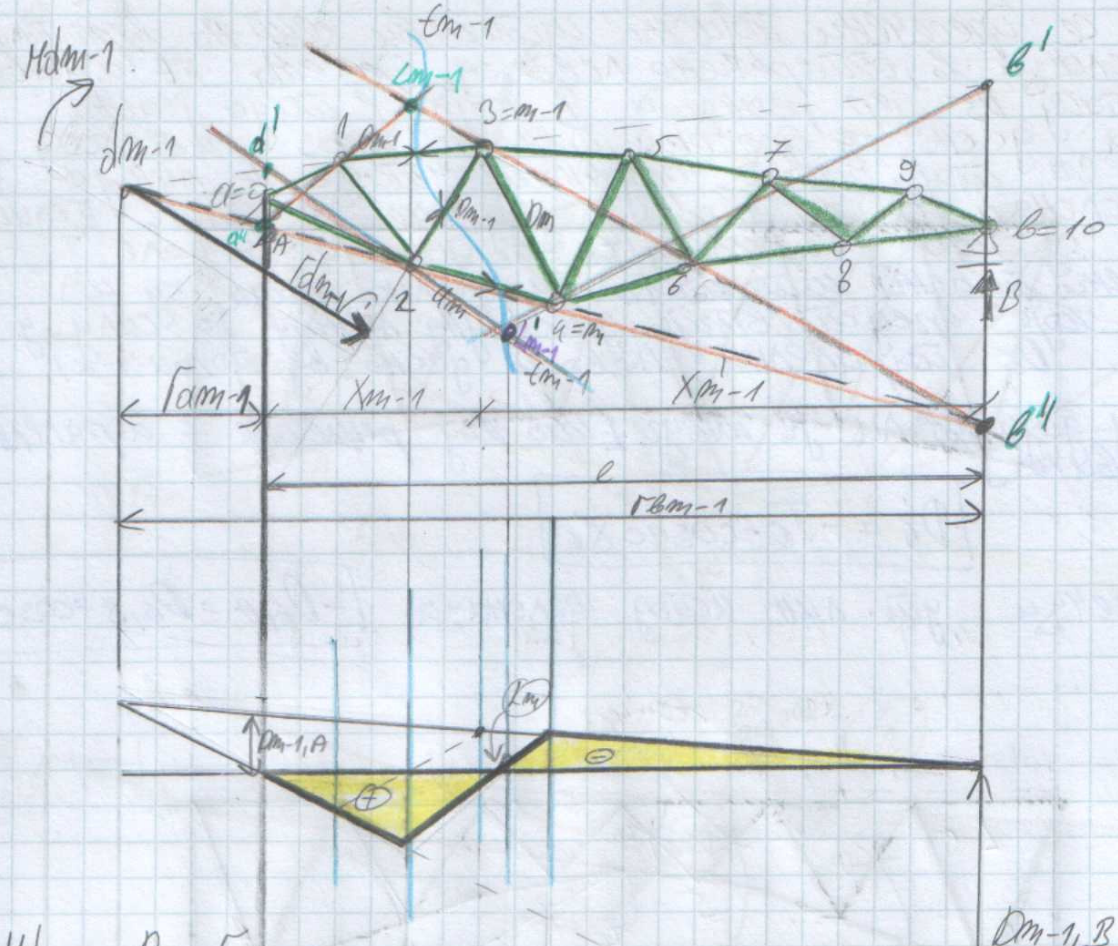
* Права која представља утицајну линију десно од чвора m сече се са правом која представља утицајну линију лево од чвора $m-2$ испод Ритерове тачке за одговарајући штап. (то следи из чињенице да обе праве имају на том месту исту ординату) и то:

1) за штап O_{m+1} у чвору m ординату: $\frac{X_m \cdot X_m'}{l\, h_m} \sec \alpha_{m+1}$

2) за штап U_m у чвору $m-1$ ординату: $\frac{X_{m-1} \cdot X_{m-1}'}{l\, h_{m-1}} \cdot \sec \beta_m$

3) за штап D_m у тачки d_m ординату: $\frac{r_{a_m} \cdot r_{B_m}}{l\, r_{d_m}}$

* Од чвора $m-2$ до чвора m утицајне линије морају да буду праве линије.



$$Md_{m-1} - D_{m-1} \cdot r_{m-1} = 0$$

$$D_{m-1} = \frac{Md_{m-1}}{r_{dm-1}} = \left[\frac{M_{m-2}}{h_{m-2}} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}}\right] \sec \gamma_{m-2}$$

$$D_{m-1,A} = \frac{r_{am-1}}{r_{dm-1}} = \left[\frac{x_{m-2}}{h_{m-2}} - \frac{x_{m-1}}{h_{m-1}}\right] \sec \gamma_{m-2}$$

$$D_{m-1,B} = \frac{r_{bm-1}}{r_{dm-1}} = \left[\frac{x'_{m-2}}{h_{m-2}} - \frac{x'_{m-1}}{h_{m-1}}\right] \sec \gamma_{m-2}$$

- Ординате утицајне линије за силу у дијагонали D_m која пада с лева на десно од нулте тачке је ⊕, а D_{m-1} која пада с десна на лево знак је обрнут.

- Када је оптерећење десно од пресека $t_{m-1} - t_{m-1}$ лево је само реакција A чији је смер обртања око тачке d_{m-1} супротан од смера казаљке на сату. Да би леви део био у равнотежи сила D_{m-1} мора да има смер у смеру казаљке на сату тј. мора да делује на чвор $m-2$ ⇒
Оптерећење десно од пресека изазива у дијагонали притисак, па су ординате ут. лин. на том делу негативне.

- Утицајна линија за силу у дијагонали мења знак само када се Ритерова тачка за ту дијагоналу налази ВАН РАСПОНА.

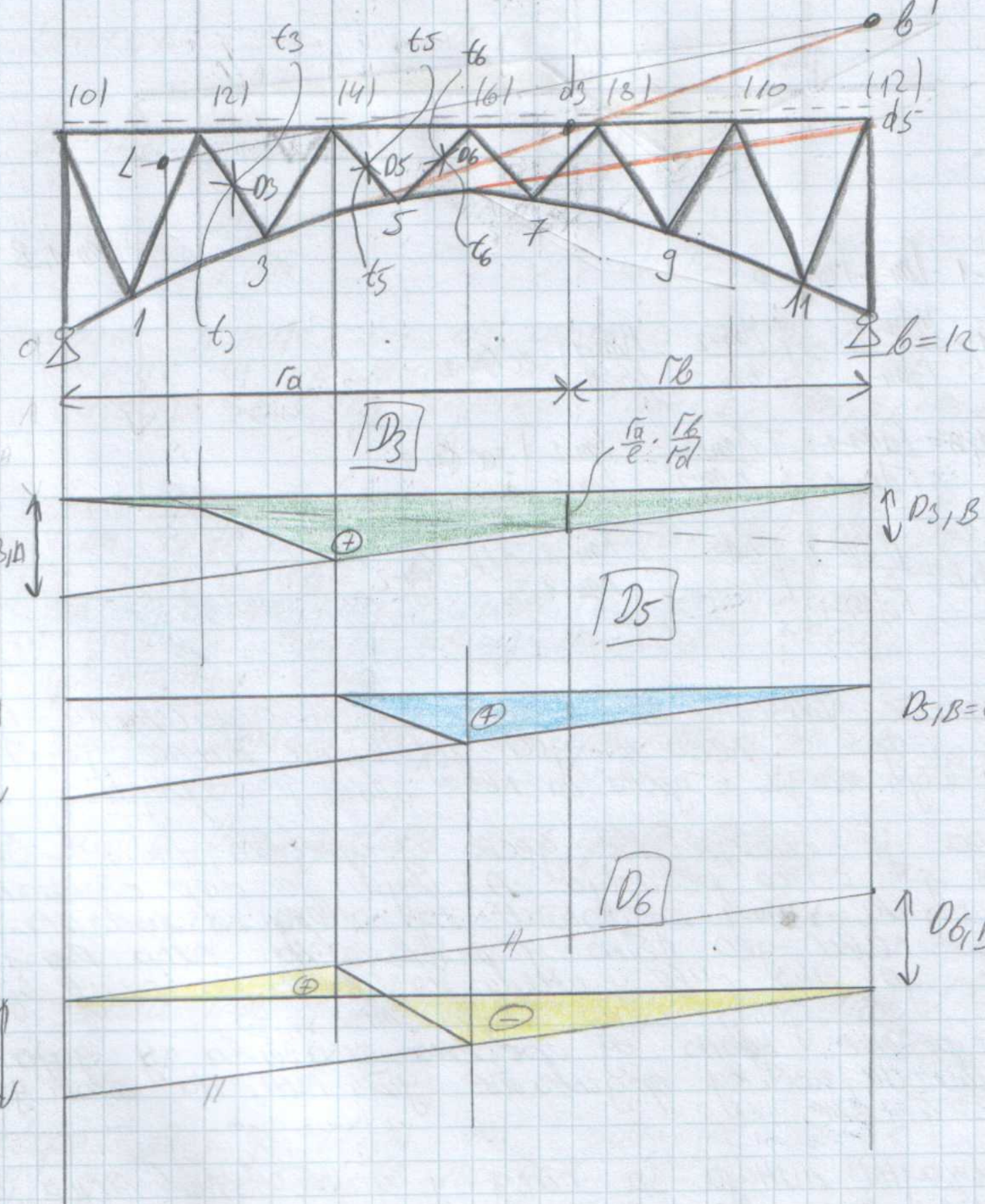
* Када се пресечени појасни штапови секу на вертикали ослонца b, оптерећење лево од пресека НЕ изазива у штапу D_5 јер реакција B која је тада једина сила десно од пресека пролази кроз Ритерову тачку за тај штап. Ординате утицајне линије од ослонца a до чвора 4 једнаке су нули. [слика доле)

Када су као у пресеку t_6-t_6 на слици доле пресечени појасни штапови паралелни тада су и праве које представљају утицајну линију за силу у штапу D_6 паралелне (лево и десно од поља 4-6)

Сила у дијагонали је тада [као код решетке с паралелним појасевима]

$$\boxed{D_6 = -T_6 \cdot \operatorname{cosec} \gamma_6}$$

а одсечци ут. лин испод ослонаца $\boxed{-D_{6,A} = D_{6,B} = \operatorname{cosec} \gamma_6}$



За све положаје јединичне силе десно од t-t, тј. када се оптерећење креће преко чворова доњег појаса
За све положаје јединичне силе десно од чвора m+1, лево од пресека је само реакција A па је моменат

$M_{\vartheta m} = -A r_{am}$ а сила у штапу: $\boxed{V_m = -A\frac{r_{am}}{r_{Vm}} = A \cdot V_{m,A}}$ (7)

Утицајна линија на том делу једнака је ут. лин. за реакцију A чије су ординате помножене мултипликатором

$$V_{m,A} = -\frac{r_{am}}{r_{\vartheta m}}$$

тј. утицајна линија је од чвора m+1 до осл. в права чија је ордината испод в једнака нули а чији је одсечени испод ослонца а = $V_{m,A}$.

За све положаје јединичне силе лево од пресека t-t, тј. лево од чвора m, десно од пресека је само реакција B, па је моменат

$M_{\vartheta m} = B r_{\vartheta m}$ а сила у штапу (8) $\boxed{V_m = B\frac{r_{Bm}}{r_{Vm}} = B V_{m,B}}$

па је ут. лин. од ослонца а до чвора m права чија је ордината испод ослонца а једнака 0 а чији је одсечак испод в:

$$V_{m,B} = \frac{r_{Bm}}{r_{Vm}}$$

Лева и десна грана ут. лин. V_m секу се испод Ритерове тачке ϑ_m. Од чвора m до m+1, тј. у пресеченом пољу оптерећеног појаса ут. лин. мора да буде ПРАВА ЛИН.

⇒ Када се оптерећење креће преко чворова горњег појаса лева и десна грана ут. лин. остају непромењене. с тим што се десна грана протеже од чвора (m) до ослонца в, а лева од осл. а до чвора (m-1). (испрекидана лин.)

Из (7) и (8) ⇒ $V_{m,A}$ и $V_{m,B}$ представљају силу у штапу V_m када је лево од пресека само реакција A=1 односно десно од пресека само реакција B=1.

Изрази за одређивање $V_{m,A}$ и $V_{m,B}$: (погоднији)

$$V_m = -\frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\left[\frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - \frac{M_m}{h_m}\cdot\frac{h'_{m+1}}{h_{m+1}}\right]$$

када је лево од пресека само A=1, тј. десно само B=1 тада ⇒

$$V_{m,A} = -\frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\left[\frac{x_{m+1}}{h_{m+1}} - \frac{x_m}{h_m}\cdot\frac{h'_{m+1}}{h_{m+1}}\right]$$

$$V_{m,B} = -\frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\left[\frac{x'_{m+1}}{h_{m+1}} - \frac{x'_m}{h_m}\,\frac{h'_{m+1}}{h_{m+1}}\right]$$

Утицајна линија за силу у вертикали V_m мења знак у нултој тачки L чији се положај може одредити конструкцијом аналогном конструкцији положаја нулте тачке ут. лин. за силу у дијаг. штапу.

-Ординате ут. лин. за силу у вертикали, када дијаг. у пољима лево и десно од вертикале падају с лева на десно, десно од од нулте тачке су негативне а лево позитивне.

-када дијагонале у пољима лево и десно од верт. падају с десна на лево, ординате десно од нулте тачке су ⊕ а лево ⊖

-Ут. лин. за силу у вертикали реш. просте греде не мора да мења знак, тј. нулта тачка не мора да буде реална. Она мења знак само када се Ритерова тачка за ту вертикалу налази ван распона

-Сила у вертикали у чвору m+1 код које дијагонале у пољима лево и десно од ње имају различит правац одређујемо из услова равнотеже чвора (m+1) у коме је верт. везана само појасним штаповима:

$$V_{m+1} = -P(m+1) + \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right)$$

Ако се оптерећење преноси преко чворова доњег појаса сила P_{m+1} не постоји.

За све положаје P=1 десно од m+1, лево је само A:

$$V_{m+1} = A\,\frac{X_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right) = A\cdot V_{m+1,A}$$

за све положаје P=1 лево од m+1, десно је само B:

$$V_{m+1_B} = B\cdot\frac{X'_{m+1}}{h_{m+1}}\left[tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right] = B\cdot V_{m+1,B}$$

⇒ Ут. лин. за V_{m+1} када је оптерећен доњи појас састоји се од две праве чији су одсечци испод а и в:

$$V_{m+1,A} = \frac{X_{m+1}}{h_{m+1}}\left[tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right]$$

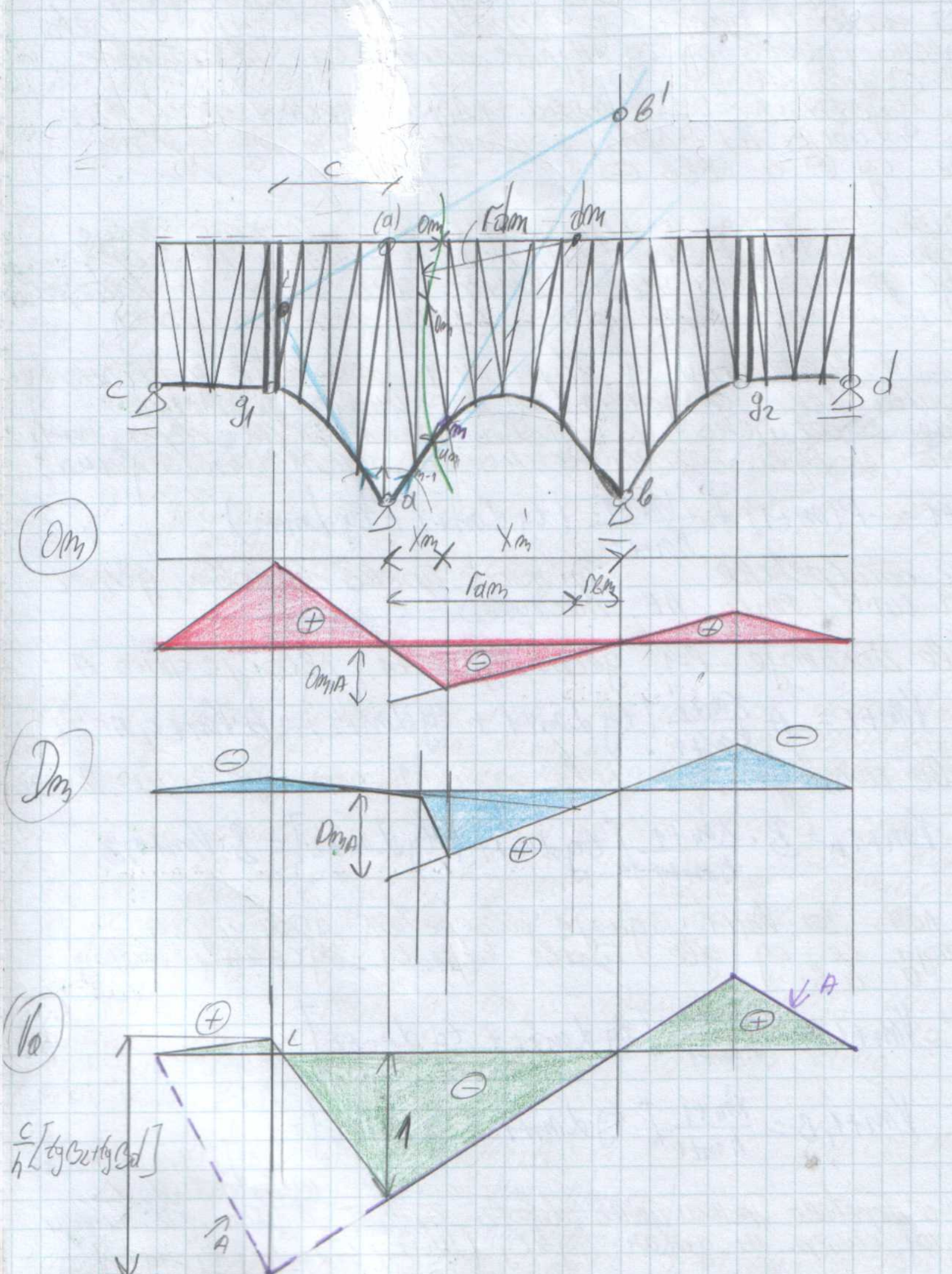
$$V_{m+1,B} = \frac{X'_{m+1}}{h_{m+1}}\left[tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right]$$

тј. ут. лин. има облик △.

-када се оптерећење преноси преко чворова горњег појаса, ут. линији за случај оптер. на доњем појасу $\left[\frac{M_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\,\alpha_{m+1} + tg\,\alpha_{m+2}\right)\right]$ треба суперпонирати ут. лин за $-P(m+1)$. Како оптерећење у чвору (m+1) постоји само док је сила у пољима лево и десно од тог чвора, ут. лин за $P(m+1)$ је △ са ординатом 1 у чвору m+1 а нулом у m и m+2. Одузимањем ордината овог троугла од ордината пројектоване површине на слици, као што је приказано исцртаним линијама, добијамо ут. лин за силу у штапу V_{m+1} када је оптер. на горњем појасу

(45) (14) КОНСТРУКЦИЈА УТ. ЛИН. ЗА СИЛЕ У ШТАПОВИМА РЕШЕТКАСТОГ ГЕРБЕРОВОГ НОСАЧА (ПОЈАСНИ ШТАПОВИ, ДИЈАГОНАЛЕ, ОСЛОНАЧКА ВЕРТИКАЛА, И ШТАПОВИ НА ПРЕПУСТУ).

стр. 102-105



-135- На слици је приказан Герберов носач. Оптерећење средњег отвора изазива само реакције А и В и силе у штаповима тог отвора. Како су ти утицаји једнаки утицајима просте греде a в, то ће им и утицајне лин. бити одговарајуће.

...

Дијагонале у пољима лево и десно од вертикале имају различит правац, па силу одређујемо из услова да је збир вертикалних компонената свих сила у чвору a =0:

$$V_a = -A - \frac{M(a)}{h_a}(tg\beta_l + tg\beta_d)$$

За све положаје сила десно од ослонца а је $M(a)=0$ па је $V_A=-A$. Утицајна линија на том делу је једнака ут. лин. за реак. А са промењеним знаком.

- Кад је сила лево од ослонца а ординатама ут. лин. за $-A$ треба суперпонирати ординате ут. лин. за моменат $M(a)$ које су помножене са $-\frac{1}{h}(tg\alpha_l + tg\beta_d)$.

Како је ут. лин. за $M(a)$ троугао са max ординатом у зглобу g_1 величине $-c$ то ће и ут. лин. за израз $-\frac{M(a)}{h_a}(tg\beta_l + tg\beta_d)$ бити троугао са max ординатом $\frac{c}{h_a}(tg\beta_l + tg\beta_d)$

⇒ Када је сила $P=1$ у тачки L тада је $M(a)$ негативан а збир $-A - \frac{M(a)}{h_a}(tg\beta_l + tg\beta_d)$ једнак 0.

Нулта тачка L не мора да буде реална нулта тачка, тј. ут. лин. за силу V_a не мора лево од ослонца а да мења знак. Она је реална само када је L' **десно** од зглоба g_1. Ако је L' лево од g_1, нулта тачка је имагинарна а ут. лин. лево од a је стално негативна.

[СЛИКА ИЗА]

Силе у штаповима препуста $a-g_1$ изазива оптерећење на том препусту лево од посматраног штапа и оптерећење греде $c-g_1$. Израза силе у штаповима:

$$O_n = -\frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \; ; \; U_n = \frac{M(n)}{h_n}\cdot \cos\beta_n \; ; \; D_n = \frac{M_{dn}}{r_{dn}}$$

За све положаје силе $P=1$ лево од чвора $n-1$ па до зглоба g_1 лево од пресека је само сила P па су у горњим изразима моменти једнаки одстојању силе од одговарајуће моментне тачке. Према томе, ут. лин. од зглоба g_1 до чвора $n-1$ биће праве које апсцису секу, тј. чија је реална или имагинарна нулта тачка, испод одговарајуће моментне тачке, а чије су ординате у зглобу g_1 = ⇒

1) $\frac{C_{k-1}}{h_{k-1}}$ – за штап O_k

2) $-\frac{C_k}{h_k}\cdot\sec\beta_k$ – за U_k

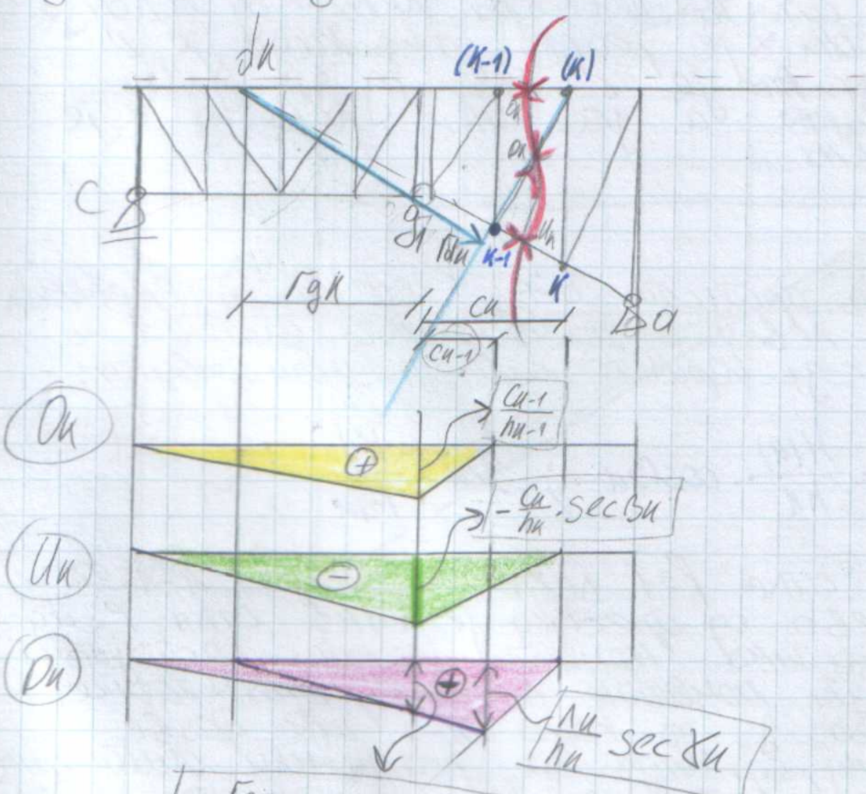
3) $\frac{r_{gk}}{r_{dk}}$ – за D_k

Често је уместо имагинарне нулте тачке у ут. лин. за D_k лакше одредити ординату ут. лин. у g_1.
Полазећи од: $D_k = \left(\frac{M_{k-1}}{h_{k-1}} - \frac{M(k)}{h_k} - H_k\right)\sec\gamma_k$

за положај $P=1$ у g_1 је
$M_{k-1} = -C_{k-1}$
$M(k) = -C_k$
$H_k = 0$
$\Rightarrow$

$$\frac{r_{gk}}{r_{dk}} = \left(-\frac{C_{k-1}}{h_{k-1}} + \frac{C_k}{h_k}\right)\sec\gamma_k$$

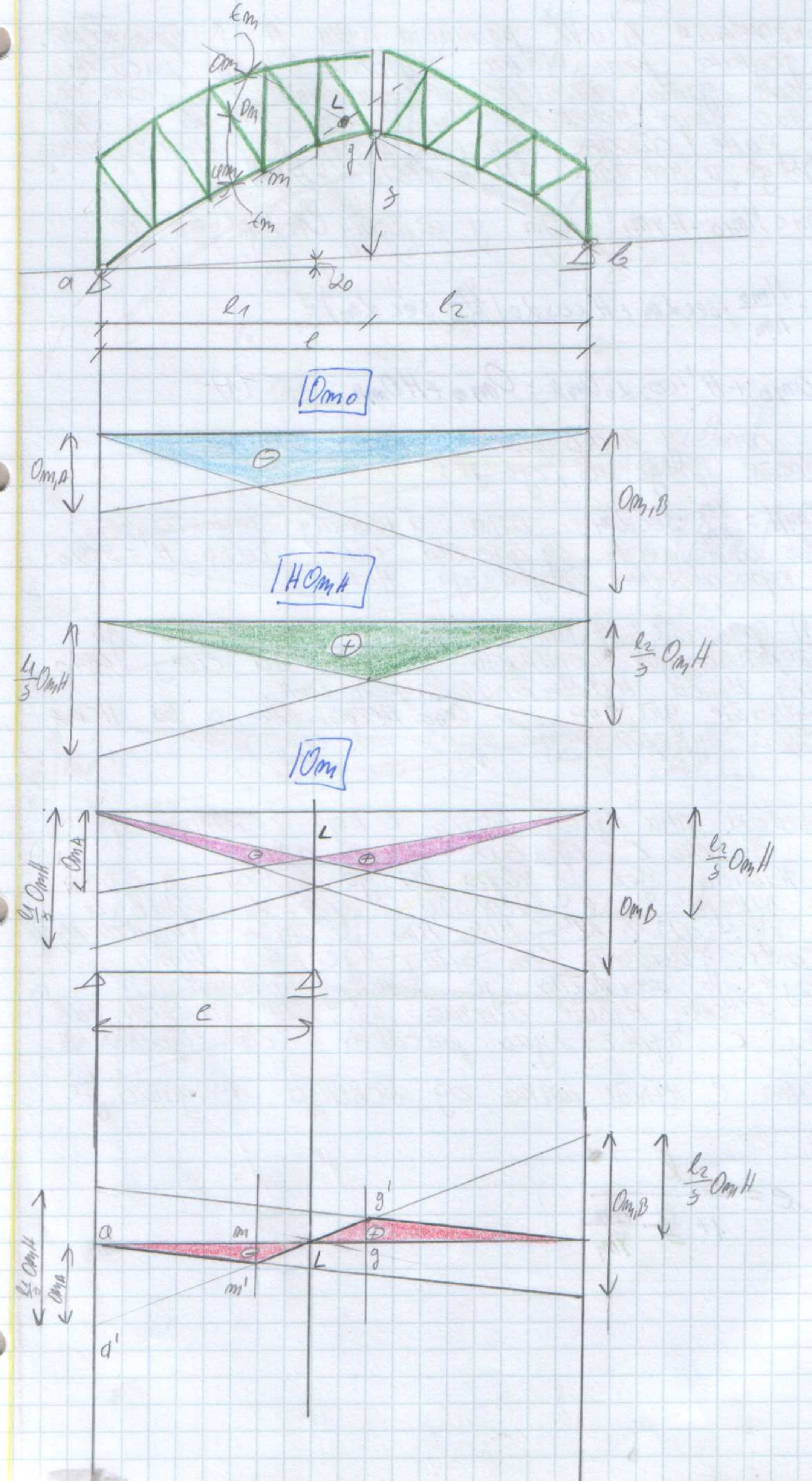
а за положај $P=1$ у $k-1$ је: $M_{k-1}=0$, $M(k)=-\lambda_k$, $H_k=0$
$\Rightarrow$ ордината на том месту: $\frac{\lambda_k}{h_k}\cdot\sin\gamma_k$. Лево од g_1 и десно од $k-1$ ут. лин. су праве чије су ординате у c и a једнаке 0.



$$\frac{r_{gk}}{r_{dk}} = \left[-\frac{C_{k-1}}{h_{k-1}} + \frac{C_k}{h_k}\right]\cdot\sec\gamma_k$$

(15) КОНСТРУКЦИЈА УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА СИЛУ У ПОЈАСНОМ ШТАПУ
(46) РЕШЕТКАСТОГ ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА.

стр 105 – 107



Сила у штапу O_m дато је изразом

$$O_m = -\frac{M_m}{h_m} \sec\alpha_m .$$

Како су компоненте V_A' и V_B' реакција лука A и B при верт. оптерећењу једнаке реакцијама просте греде распона ℓ оптерећене датим оптерећењем, момент M_m може се приказати као збир момента M_{m0} реакције V_A' тј. V_B' и сила с једне стране пресека, који је једнак моменту просте греде, и момента $-H' y_m \cdot \cos\alpha_0 = -H y_m$

тј. $\boxed{M_m = M_{m0} - H y_m}$. Сила у штапу O_m може да се одреди:

$$O_m = -\frac{M_{m0}}{h_m} \cdot \sec\alpha_m + H' \cos\alpha_0 \left(\frac{y_m}{h_m} \sec\alpha_m\right) =$$

$$= O_{m0} + H' \cdot \cos\alpha_0 O_{mH} = O_{m0} + H O_{mH} \qquad (1)$$

где је O_{m0} сила у посматраном штапу као штапу реш. просте греде ab, где је:

$O_{mH} = \frac{y_m}{h_m} \cdot \sec\alpha_m$ сила у штапу реш. плоче када је лево или десно од пресека само сила $\boxed{H' = \sec\alpha_0}$ чија је хоризонтална пројекција $H = 1$.

На основу (1) ординате ут. лин. за силу у O_m можемо да добијемо суперпозицијом ордината ут. лин. за силу O_{m0} и за силу H са мултипликатором O_{mH}.

* Како су ординате ут. лин за O_{m0} негативне а за HO_{mH} позитивне, при суперпозицији треба их одузети.

ooo

Утицајна линија има нулту тачку L која се налази на вертикали пресека L' правих bd и am.

-када сила напада део од чвора m до злоба у тако да нападна линија силе пролази кроз L' правци реакција су aL' и bL'. Мом. M_m је тада једнак нули па ће и сила у штапу O_m бити једнака нули.

Ова конструкција аналогна је конструкцији којом одређујемо положај нулте тачке ут. лин. за мом. сав. у пресеку c пуног лука распона ℓ са стрелом f.

То одстојање e нулте тачке од ослонца a дато је изразом:

$$\boxed{e = \frac{\ell}{1 + \frac{\ell_e}{f} \cdot \frac{x_m}{y_m}}}$$

$$D_m = \frac{M_{dm}}{r_{dm}} = \left[\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}} - H_m \right] \sec \gamma_m$$

Моменат M_{dm} сила с једне стране $t_m - t_m$ у односу на d_m може да се напише у облику

$$M_{dm} = M_{dm0} - H' y_{dm} \cdot \cos\alpha_0 = M_{dm0} - H \cdot y_{dm} \quad \text{а сила:}$$

$$D_m = \frac{M_{dm}}{r_{dm}} = \frac{M_{dm}}{r_{dm}} - H' \cos\alpha_0 \cdot \frac{y_{dm}}{r_{dm}}$$

$$= D_{m0} + H' \cos\alpha_0 D_{mH} = D_{m0} + H D_{mH}$$

где је $\boxed{D_{mH} = -\frac{y_{dm}}{r_{dm}}}$; D_{m0} - сила у штапу као штапу реш. просте греде дв.

сила у штапу D_m решеткасте плоче услед рављтеног оптерећења силама $H' = \sec\alpha_0$ чија је хоризонтална пројекција $H = 1$.

- када је с једне стране пресека само $H' = \sec\alpha_0$, тада:

$$D_{mH} = \left(\frac{-y_m}{h_m} + \frac{y_{(m-1)}}{h_{m-1}} - 1 \right) \sec \gamma_m .$$

Ут. лин. за силу D_m добијамо суперпозицијом ут. лин. за силу D_{m0} и ут. лин. за H са мултипликатором D_{mH}.

°°°

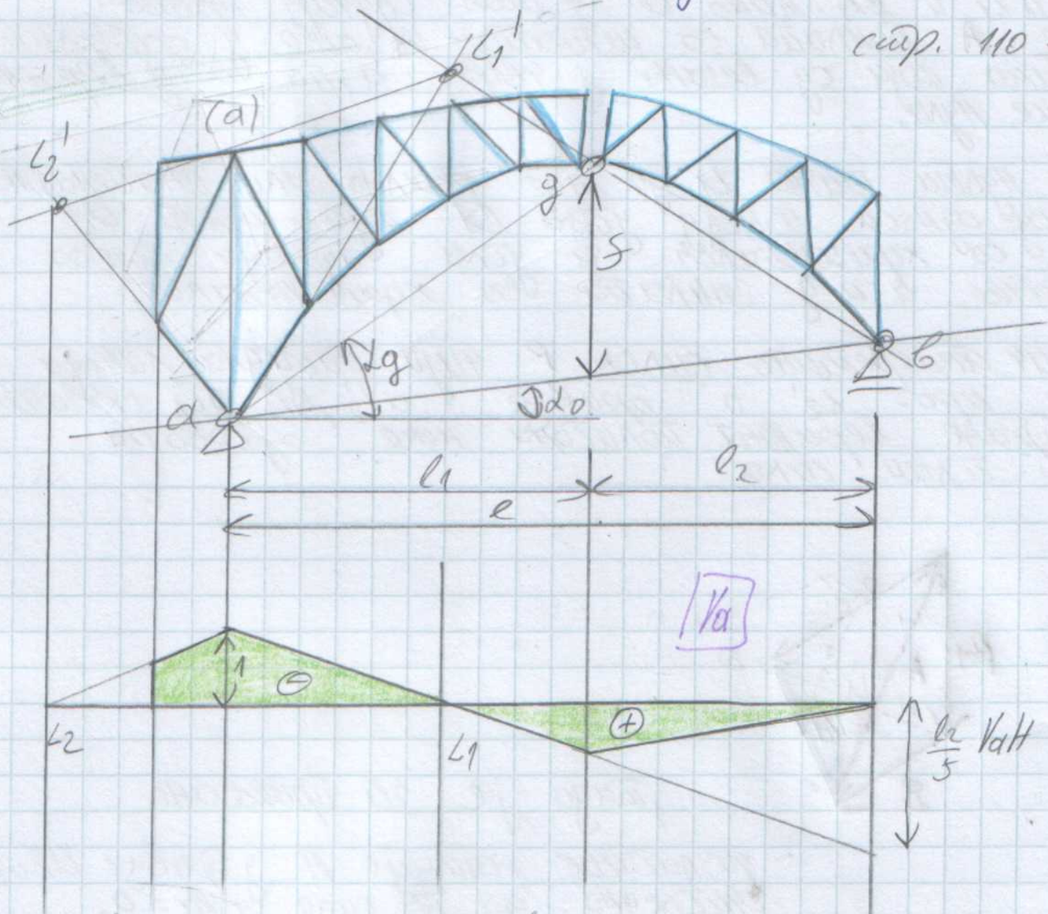
Утицајна линија за D_m два пута мења знак, у нултој тачки L_1 правог дела ут. лин. од чвора m' до g и нултој тачки L_2 у пресеченом пољу.

°°°

Нулта тачка L_1 не мора бити реална, реална је само када је тачка L_1' лево од зглоба g.
- када је нулта тачка имагинарна, ут. лин. десно од m' не мења знак.

(17) КОНСТРУКЦИЈА УТ. ЛИН. ЗА СИЛУ У ОСЛОНАЧКОЈ (18) ВЕРТИКАЛИ РЕШЕТКАСТОГ ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА.

стр. 110 - 111.



Како дијагонале у пољима лево и десно од вертикале имају различит правац, силу Va одређујемо из услова да је збир пројекција сила које делују у чвору а на вертикалан правац једнак нули:

$$V_a' = A_0 \qquad H' = H\sec\alpha_0$$

$$U_l = \frac{M_{(a)0}}{h_a}\cdot\sec\beta \qquad U_{0l} = \left|\frac{M_{(a)0}}{h_a} - H\right|\sec\beta_d$$

Он може да се прикаже у облику:

$$V_a = V_{a0} + H V_{aH}$$

$V_{a0} = -A_0 - \frac{M_{(a)0}}{h_a}(tg\beta_l + tg\beta_d)$ ⇒ сила у посматраном штапу као штапу решеткасте плоче система греде са препустом.

$V_{aH} = tg\beta_d - tg\alpha_0$ - сила у штапу решеткасте плоче која је оптерећена равнотежним системом сила $H' = \sec\alpha_0$ у тачкама а и в чија је хоризонтална компонента $H=1$.

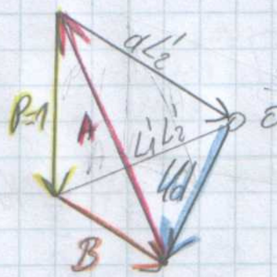
- Утицајну линију за силу Va добијамо поступком суперпозиције
- Утицајна линија за силу у вертикали Va има две нулте тачке L_1 и L_2, које се налазе десно тј. лево од осл. а.

→

Када нападна линија јединичне силе пролази кроз тачку c_1' она изазива реакције ослонаца чији су правци ac_1' и bc_1'. Како се у том случају правац реакције A поклапа са штапом U_d, све у осталим штаповима који су везани у чвору a, па и у вертикали, су једнаке нули.

Да ли ће нулта тачка c да буде реална или имагинарна зависи од односа између угла α_d који штап U_d заклапа са хоризонталом и угла α_2 који права кроз тачке a и d заклапа са хоризонталом.

- Ако носач оптеретимо силом P чија нападна линија пролази кроз c_2' а правце ac_2', c_1c_2', dc_2' схватимо за стране верижног полигона може одговара следећи план сила:



, тада је за пројектовано разлагање реакције A у правце U_d и V_d очигледно да је сила у $V_a = 0$.

(19) (18) ДИЈАГРАМИ ПОМЕРАЊА ЛУЧНИХ НОСАЧА, ГРАНИЧНИ УСЛОВИ У ФИКТИВНИМ НОСАЧИМА, ФИКТИВНИ НОСАЧИ СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИХ И СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИХ НОСАЧА.

стр. 234.

1. СТАТИЧКО КИНЕМАТИЧКА АНАЛОГИЈА ШТАПА [MOhR]

УВОД

- У питању (13) показано је како интеграљењем ј-не (2) одређујемо обртања φ и померања u и v.

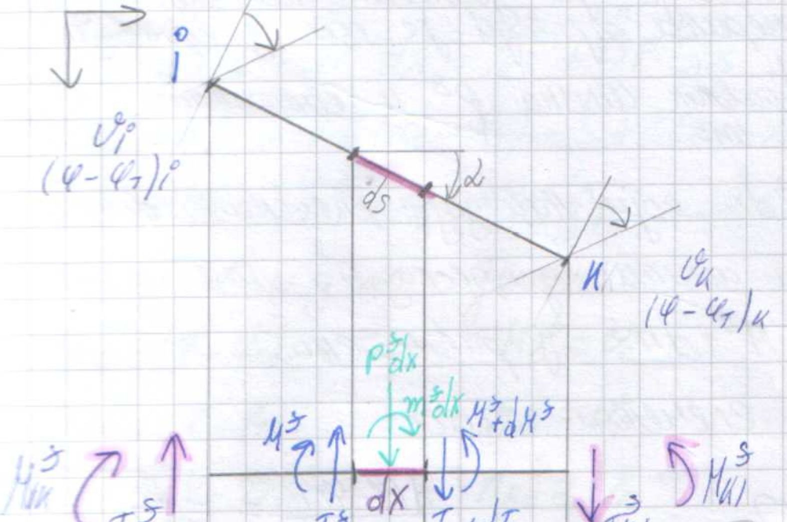
- Проблем се своди на квадратуру интеграла чије су подинтегралне ф-је деформацијске величине κ, ε и ε_T, тј: ф-је $(x_c-x)\kappa$ и $(y-y_c)\kappa$

- Како су деформацијске величине обично компликоване ф-је координата тачака осе штапа то је аналитичко одређивање интеграла тих ф-ја често компликовано, а често и немогуће.

- Померања тачака одређујемо аналитички само у једноставним случајевима [за прав штап const попр. пресека оптерећен једноставним облицима оптерећења], у осталим случајевима померања одређујемо графички или нумерички. При томе користимо аналогију која постоји између диф. ј-на за померања тачака осе штапа с једне стране и услова равнотеже елемената једног правог фиктивног штапа с друге стране.

- Ова аналогија за праве штапове потиче од Mohr-a, а која може да се прошири и на штапове са произвољним обликом осе, омогућује да за аналитичко, графичко или нумеричко одређивање обртања и померања тачака применимо познате поступке за одређивање сила у пресецима једног претходног правог штапа.

Посматрајмо штап ik за који желимо да одредимо обртања и померања у правцу Y-осе, услед задатих спољашњих утицаја.



$$dx = ds\cos\alpha$$
$$dy = ds\sin\alpha$$
$$(\varphi-\varphi_T) = -\kappa\, ds$$
$$du = \varepsilon dx - \varphi dy$$
$$dv = \varepsilon dy + \varphi dx$$

$M^s, T^s, M^s+dM^s, T^s+dT^s \Rightarrow$ силе које се јављају да би услед дејства p^s и m^s елемент био у равнотежи (сила)

Тражене величине добијамо интеграцијом ј-на

$d(\varphi-\varphi_T) = -\varkappa ds$

$dv = \varepsilon dy + \varphi dx$

(уз одговарајуће граничне услове)

Када $d(\varphi-\varphi_T) = -\varkappa ds \quad /:\cos\alpha$ а знамо $ds\cos\alpha = dx$

$dv = \varepsilon dy + \varphi dx \quad /:dx$ -//- $\frac{dy}{dx} = tg\alpha$

а затим левој и десној стр. ј-не додамо и одузмемо $\varphi_T \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d(\varphi-\varphi_T)}{dx} &= -\frac{\varkappa}{\cos\alpha} \\ \frac{dv}{dx} &= (\varphi-\varphi_T) + \varepsilon tg\alpha + \varphi_T \end{aligned}\right\} (1)$$

ПОЗНАТО:

$$(5)\left\{\begin{aligned} (\varphi-\varphi_T)_c &= (\varphi-\varphi_T)_i - \int_i^c \varkappa ds \\ u_c &= u_i - (y_c-y_i)(\varphi-\varphi_T)_i + \int_i^c [(y_c-y)\varkappa + \varepsilon\cos\alpha - \varphi_T\sin\alpha] ds \\ v_c &= v_i + (x_c-x_i)(\varphi-\varphi_T)_i + \int_i^c [-(x_c-x)\varkappa + \varepsilon\sin\alpha + \varphi_T\cos\alpha] ds \end{aligned}\right.$$

$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t \cdot t^\circ$

$\varkappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \cdot \frac{\Delta t}{h}$

$\varphi_T = k \cdot \frac{T}{GF}$

- Ј-не (1) упоредићемо са условима равнотеже елемента једног правог штапа који је управан на праву у коме праволинијски лежи x-осе коорд. система xOy.
- Штап је оптерећен фиктивним силама p^s и фиктивним расподељеним моментима m^s.

Сила $p^s dx$ и моменат $m^s dx$ који нападају елементат фиктивног штапа дужине dx стоје са силама у пресецима тог штапа T^s и M^s и $T^s + dT^s$ и $M^s + dM^s$ у равнотежи.

Услови равнотеже овог елемента гласе:

$$\left.\begin{aligned} \boxed{\frac{dT^s}{dx} = -p^s} \\ \boxed{\frac{dM^s}{dx} = T^s + m^s} \end{aligned}\right\} (2) \Leftrightarrow \begin{aligned} \frac{d(\varphi-\varphi_T)}{dx} &= -\frac{\varkappa}{\cos\alpha} \\ \frac{dv}{dx} &= (\varphi-\varphi_T) + \varepsilon tg\alpha + \varphi_T \end{aligned}$$

Када упоредимо j-не (1) и (2) видимо да један систем прелази у други када ставимо:

$\boxed{\frac{\varkappa}{\cos\alpha} \Leftrightarrow p^s}$ $\boxed{\varepsilon\, tg\alpha + \varphi_T \Leftrightarrow m^s}$ $\boxed{\varphi - \varphi_T \Leftrightarrow T^s}$ $\boxed{\vartheta \Leftrightarrow M^s}$

Одавде $\Rightarrow$ Померања ϑ датог штапа услед датих спољашњих једнака су моментима M^s, а углови обртања попречних пресека $\varphi-\varphi_T$ су једнаки трансверзалним силама T^s фиктивног штапа који је оптерећен фиктивним расподељеним силама:

$$p^s = \frac{\varkappa}{\cos\alpha} = \left[\frac{M}{EI} + \alpha_t \cdot \frac{\Delta t^\circ}{h}\right] \cdot \frac{1}{\cos\alpha} \qquad (3)$$

и фиктивним расподељеним моментима

$$m^s = \varepsilon\, tg\alpha + \varphi_T = \left(\frac{N}{EF} + \alpha_t \cdot t^\circ\right) tg\alpha + K \cdot \frac{T}{GF}. \qquad (4)$$

Да би силе у пресецима фиктивног штапа биле једнаке обртањима и померањима датог штапа поред оптерећења p^s и m^s које треба да делује дуж осе фиктивног штапа, гранични услови овог штапа по силама треба да буду једнаки граничним условима датог штапа по померањима и обртањима, тј. моменти M_{ik}^s и M_{ki}^s треба да буду једнаки померањима ϑ_i и ϑ_k а трансверзалне силе T_{ik}^s и T_{ki}^s да буду једнаке обртањима $(\varphi-\varphi_T)_i$ и $(\varphi-\varphi_T)_k$.

САГЛАСНО АНАЛОГИЈИ:

$\Rightarrow$ Дијаграм померања ϑ једнак је дијаграму момената M^s, а дијаграм обртања $(\varphi-\varphi_T)$ једнак је дијаграму трансверз. сила T^s фиктивног ~~штапа~~ штапа оптерећеног фиктивним силама p^s и моментима m^s.

Користећи аналогију, изразе за обртања и померања (5) добијамо из израза за силе у пресецима фиктивног штапа:

$$T_c^s = T_{ik}^s - \int_i^c p^s dx = T_{ki}^s + \int_c^k p^s dx$$

$$M_c^s = M_{ik}^s + T_{ik}^s (x_c - x_i) - \int_i^c p^s (x_c - x) dx + \int_i^c m^s dx =$$

$$= M_{ki}^s - T_{ki}^s (x_k - x_c) - \int_c^k p^s (x - x_c) dx - \int_c^k m^s dx$$

Када у ове j-не унесемо:

$T_c^s = (\varphi - \varphi_T)_c$ $\qquad M_c^s = \vartheta_c$

$T_{ik}^s = (\varphi - \varphi_T)_i$ $\qquad M_{ik}^s = \vartheta_i$

$T_{ki}^s = (\varphi - \varphi_T)_k$ $\qquad M_{ki}^s = \vartheta_k$

а за p^s и m^s изразе (3) и (4) добијамо j-не (5)

Овим је показана аналогија између $(\varphi-\varphi_T)$ и σ произвољног штапа у равни и сила у пресецима T^s и M^s правог фиктивног штапа у правцу x-осе који је оптерећен расподељеним фиктивним силама p^s и моментима m^s дуж осе, чији су гр. услови по силама једнаки гр. условима датог штапа по померањима.

Ова аналогија може да се прошири и на аналогију између обртања пресека $\varphi-\varphi_T$ и померања v произвољног носача у равни, односно произвољног потеза штапова тог носача и сила у пресецима T^s и M^s једног правог фиктивног носача чија је оса нормална на правац тражених померања (у правцу x осе) који је расподељеним фиктивним силама:

$$p^s = \varkappa \sec\alpha = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \cdot \frac{\Delta t^\circ}{h}\right)\sec\alpha \qquad (6)$$

и моментима:

$$m^s = \varepsilon\, tg\,\alpha + \varphi_T = \left(\frac{N}{EF} + \alpha_t \cdot t^\circ\right) tg\,\alpha + k \cdot \frac{T}{GF} \qquad (7)$$

дуж осе носача, а чији су гранични и прелазни услови по силама једнаки граничним и прелазним условима датог носача по померањима.

Аналогија у условима ослањања и међусобне везе штапова стварног и фиктивног носача приказана је у таблици, из које следи:

I На крају на коме је стварни носач слободно ослоњен – и одговарајући фиктивни носач је слободно ослоњен.

II На крају на коме је стварни носач уклештен – одговарајући фиктивни носач је потпуно слободан.

III На крају на коме је стварни носач потпуно слободан, или на оном крају на коме је он слободно ослоњен али се правац ослањања не поклапа са правцем траженог померања, или у чвору у коме се посматрани потез штапова завршава, тј. круто или зглавкасто везује са штаповима чија нас померања не интересују – одговарајући фиктивни носач је уклештен.

IV У чвору у коме су штапови посматраног потеза стварног носача круто везани – и одговарајући штапови фиктивног носача су круто везани.

V У чвору у коме су штапови посматраног потеза стварног носача зглавкасто везани – одговарајући штапови фиктивног носача су круто везани и слободно ослоњени.

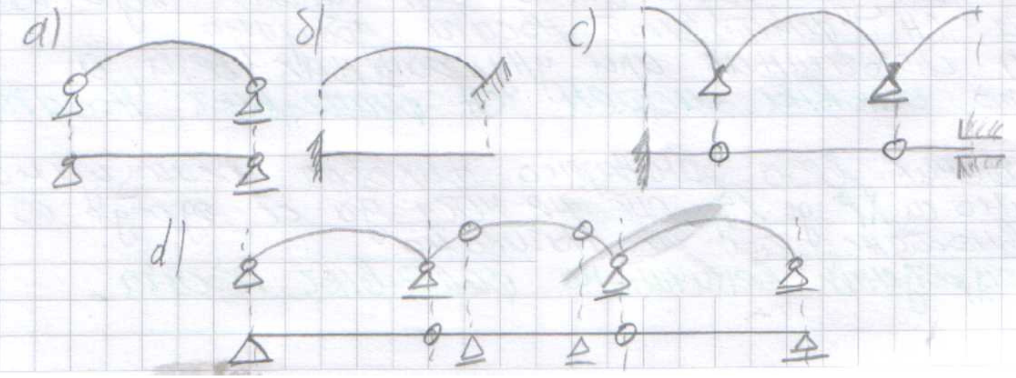
VI У чвору у коме су штапови посматраног потеза ~~штапова~~ стварног носача круто везани и слободно ослоњени – одговарајући штапови фиктивног носача су зглавкасто везани.

VII У чвору у коме су штапови посматраног потеза стварног носача зглавкасто везани и слободно ослоњени – и одговарајући штапови фиктивног носача су зглавкасто везани и слободно ослоњени.

	СТВАРНИ НОСАЧ		ФИКТИВНИ НОСАЧ	
1		$\vartheta_1=0$ $(\varphi-\varphi_T)_i\neq0$		$M_1^s=0$ $T_1^s\neq0$
2		$\vartheta_1=0$ $(\varphi-\varphi_T)_i=0$		$M_1^s=0$ $T_1^s=0$
3		$\vartheta_1=0$ $(\varphi-\varphi_T)_i\neq0$		$M_1^s\neq0$ $T_1^s\neq0$
4		$\vartheta_{1,l}=\vartheta_{1,d}\neq0$ $(\varphi-\varphi_T)_{1,l}=(\varphi-\varphi_T)_{1,d}\neq0$		$M^s_{1,l}=M^s_{1,d}\neq0$ $T^s_{1,l}=T^s_{1,d}\neq0$
5		$\vartheta_{1,l}=\vartheta_{1,d}\neq0$ $(\varphi-\varphi_T)_{1,l}\neq(\varphi-\varphi_T)_{1,d}\neq0$		$M^s_{1,l}=M^s_{1,d}\neq0$ $T^s_{1,l}\neq T^s_{1,d}\neq0$
6		$\vartheta_{1,l}=\vartheta_{1,d}=0$ $(\varphi-\varphi_T)_{1,l}=(\varphi-\varphi_T)_{1,d}\neq0$		$M^s_{1,l}=M^s_{1,d}=0$ $T^s_{1,l}=T^s_{1,d}\neq0$
7		$\vartheta_{1,l}=\vartheta_{1,d}=0$ $(\varphi-\varphi_T)_{1,l}\neq(\varphi-\varphi_T)_{1,d}\neq0$		$M^s_{1,l}=M^s_{1,d}=0$ $T^s_{1,l}\neq T^s_{1,d}\neq0$

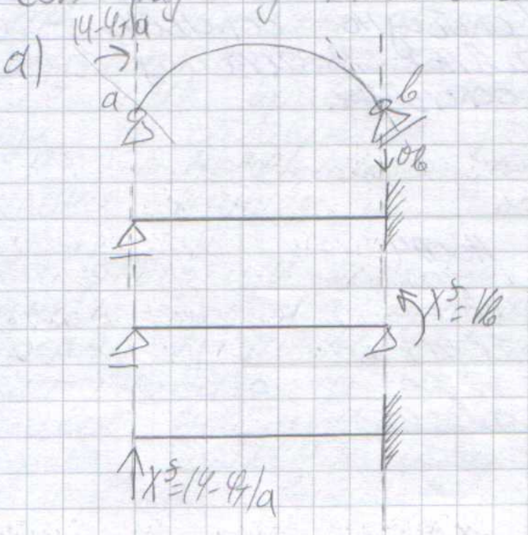
⇒ Фиктивни носач једног статички одређеног носача тј. једног потеза штапова неког статички одређеног носача је или статички одређен или статички неодређен.

СОН носачи чији су фиктивни носачи СОН:

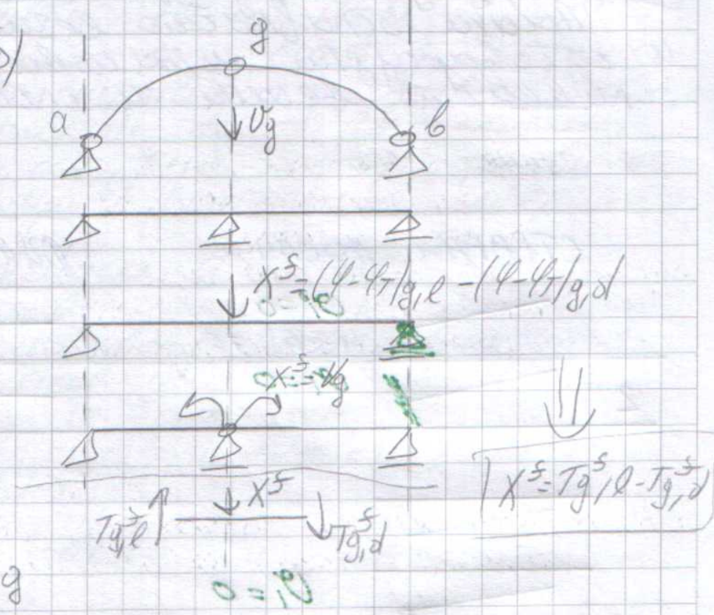


СОН чији су фиктивни носачи СНН

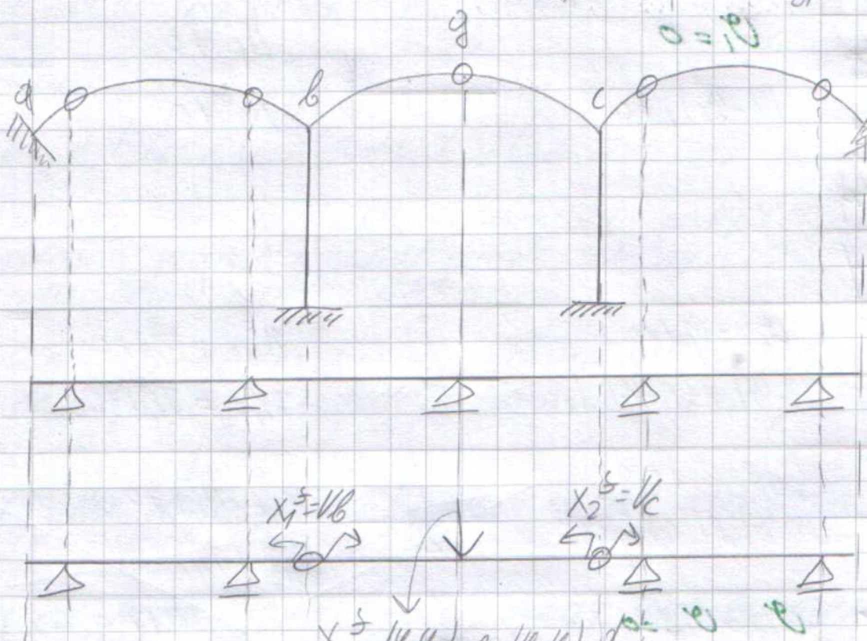
а)



б)



c)



НАПОМЕНА:

Фиктивним носачима у правцу њихове осе нису потребни ослонци јер реакције осл. у том правцу НЕ ПОСТОЈЕ. Али да би избегли неспоразум око статичке одређености ових носача, фиктивним носачима додајемо по један ослонац у правцу осе штапа, тј. једно од покретних лежишта замењујемо непокретним [ПРИКАЗАНО НА СЛИКАМА]

* Када је фиктивни носач СНН, силе у пресецима T^s и M^s не могу да се одреде из услова равнотеже тог носача. Да бисмо срачунали ове утицаје користимо СОН систем који из датог n пута СН фиктивног носача добијамо уклањањем n спољашњих или унутрашњих веза, а који називамо основни систем СН фиктивног носача.

- Утицаје уклоњених веза замењујемо њиховим реакцијама које бележимо са X_1^s до X_n^s. Оне не могу да се одреде из услова равнотеже па их називамо статички неодређеним величинама фиктивног носача.

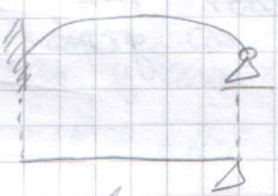
Статички неодређене величине фиктивних носача, за разлику од статички неодређених величина стварних носача, одређујемо као померања односно обртања датог носача која, сагласно статичко-кинематичкој аналогији, одговарају величинама X_1^* до X_n^*.

СН величине фиктивних носача, односно одговарајућа померања и обртања стварних носача одређујемо или из услова компатибилности померања чворова, или применом принципа виртуалних сила, као што ће бити показано у следећем поглављу. Основни систем фиктивног носача треба тако бирати да та померања и обртања могу што лакше да се одреде.

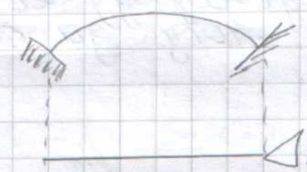
Фиктиван носач неког СНН односно једног потеза штапова неког СНН је или СО или СН или статички преодређен.

СН носачи којима одговарају: I статички преодређени (кинематички лабилни фиктивни носачи)

а)

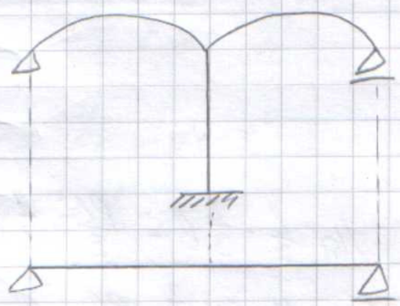


б)



II СО фиктивни носач

c)

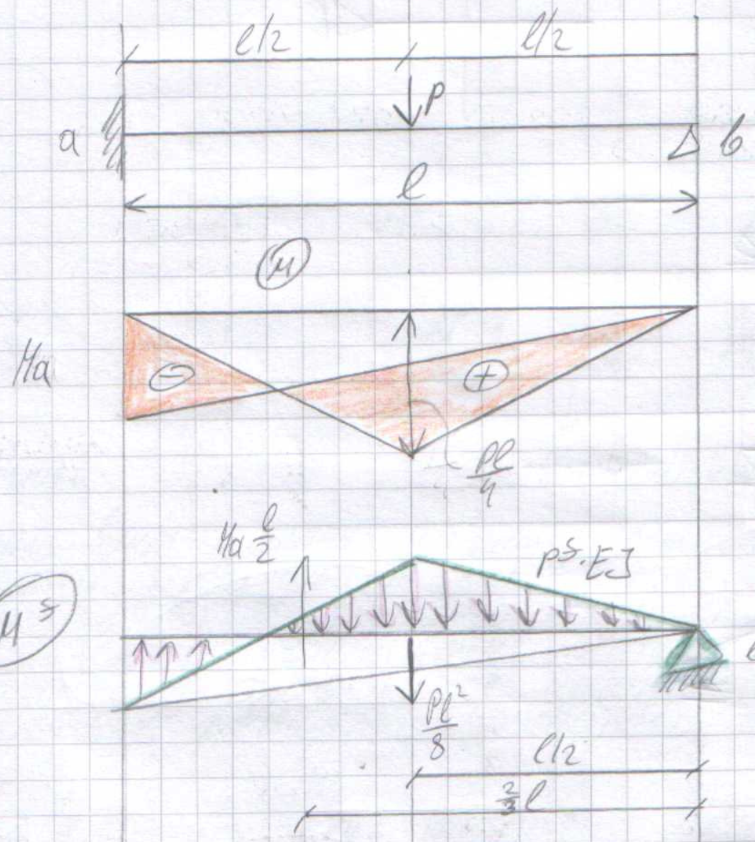


III СН. фиктивни носач

d)

СОН и СНН фиктивни носачи могу да приме произвољно оптерећење p^s и m^s, тј. на њима произвољне силе p^s и произвољни моменти m^s могу да стоје у равнотежи.
Статички преодређени, тј. кинематички лабилни системи не могу да приме произвољно оптерећење p^s и m^s. На њима могу да стоје у равнотежи само она оптерећења која која задовољавају одређене услове. Како су ти услови садржани у условним ј-нама из којих одређујемо СН величине датог СНН то утицајима М, Т, Н, t° и Δt° тог носача увек одговара фиктивно оптерећење m^s и p^s које на одговарајућем статички преодређеном фиктивном носачу стоји у равнотежи.

Када је број степени слободе померања једног кинематички лабилног фиктивног носача једнак броју статичке неодређености одговарајућег стварног СНН, СН величине стварног носача могу да се одреде из услова равнотеже.



$$\boxed{p^s = \frac{M}{EI}}$$

$$M_a \frac{l}{2}\cdot\frac{2}{3}l - \frac{Pl^2}{8}\cdot\frac{1}{2}l = 0$$

$$M_{a} = \frac{3}{16} Pl$$

$\boxed{\text{Стр. 253.}}$

Да бисмо одредили угао обртања неког пресека θ за виртуално оптерећење усвојићемо један јединични концентрисан моменат $\bar{P}=\bar{M}=1$. у пресеку чије обртање желимо да одредимо.

$\bar{C}_i, \bar{N}, \bar{T}, \bar{M}$ - утицаји једног могућег равнотежног стања носача оптерећеног виртуелним јединичним моментом $\bar{P}=\bar{M}=1$ из ј-не (1) за θ добијамо израз на десној страни ј-не (2)

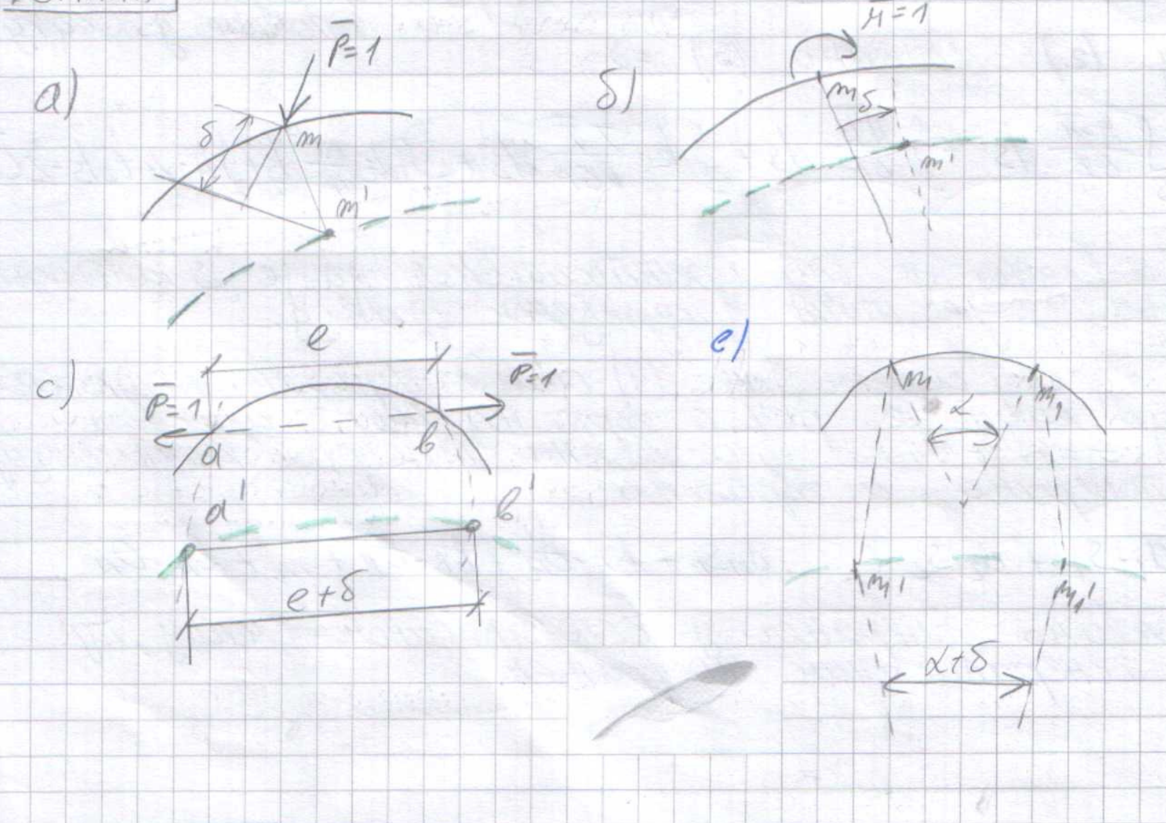
Да бисмо одредили генералисано померање δ дефинисано ј-ном (5), за виртуално оптерећење носача усвојићемо одговарајућу генералисану силу. При томе под генералисаном силом којој одговара генералисано померање δ разумемо групу сила $a_1\bar{P}, a_2\bar{P}, \ldots, a_n\bar{P}$ у тачкама $1, 2, \ldots, n$. у правцу и смеру померања $s_1, s_2, \ldots s_n$, и групу момената $b_A\bar{P}, b_B\bar{P}, \ldots b_H\bar{P}$ у пресецима $A, B, \ldots, H$. у смеру обртања $\theta_A, \theta_B, \ldots, \theta_H$, чију величину одређује један параметар $\bar{P}$ а чији је рад при померању носача $\bar{P}\delta$.

Јединична генералисана сила је она група сила и момената која одговара параметру $\bar{P}=1$.

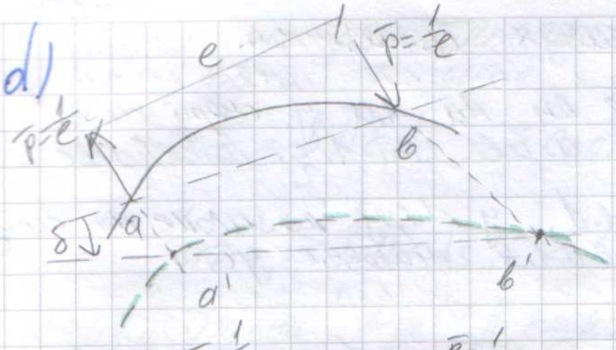
са $\bar{C}_i, \bar{N}, \bar{T}, \bar{M}$ - обележимо утицаје једног могућег равнотежног стања носача оптерећеног јединичном генералисаном силом из ј-не (1) за δ добијамо израз на десној страни ј-не (2), и коначно:

$$(6)\quad \delta=\int_s \frac{M\bar{M}}{EI}ds+\int_s \frac{N\bar{N}}{EF}ds+\int_s k\frac{T\bar{T}}{GF}ds+\int_s \bar{M}\alpha_t\cdot\frac{\Delta t^\circ}{h}ds+\int_s \bar{N}\alpha_t\cdot t^\circ ds-\sum \bar{C}_i c_i$$

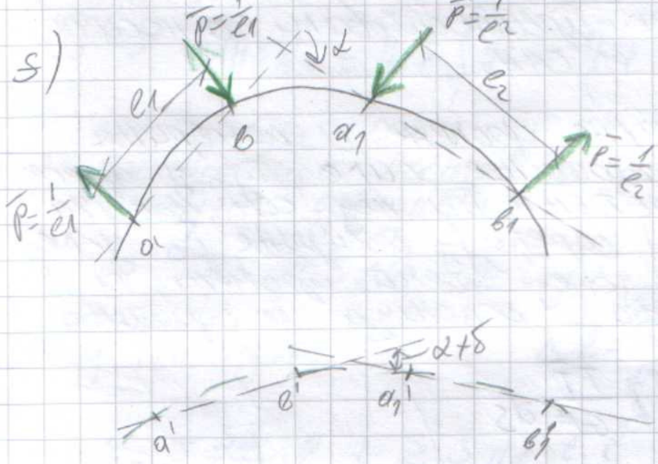
СЛИКА



d)



s)



На сликама су приказане јединичне генералисане силе које одговарају оним генералисаним померањима која често одређујемо.

ГЕНЕРАЛИСАНО ПОМЕРАЊЕ	ГЕНЕРАЛИСАНА СИЛА
1. a) компонента померања тачке m у одређеном правцу	1.a концентрисана сила у тачки m и у правцу у коме тражимо померање.
2. б) Обртање пресека m.	1.б. јединични концентрисани моменат у пресеку m.
3. c) Промена одстојања тачака a и в.	3.c - две јединичне силе у тачкама a и в. у правцу aв супротног смера
4. d) Обртање праве која пролази кроз a и в.	4.d. Две силе у a и в управне на праву aв, величине 1/e, супротног смера, тј. спрег сила момента $\bar{m}=1$.
5. e) Промена угла α између пресека m и m1.	5.e. Два јединична концентрисана момента у пресецима m и m1 супротног смера.
6. s) Промена угла α између праве која пролази кроз тачке a и в. и праве која пролази кроз тачке a1 и в1.	6.s. два пара сила са супротним смером обртања, један у тачкама a и в са силама величине 1/e1 и други у тачкама a1 и a2 са силама величине 1/e2.

Позитивно генералисано померање је оно при коме одговарајућа позитивна генералисана сила врши позитиван рад. => смер позитивног померања је одређен када је усвојен смер позитивне генералисане силе и обрнуто.

За усвојене смерове генералисаних сила:

- позитивно померање тачке m на 1.a у смеру силе P.
- позитивна промена одстојања a и b на 1.c повећање тог одстојања
- позитивно обртање 1.b и 1.d у смеру казаљке на сату
- позитивна промена угла 1.e и 1.f смањење угла.

* Изводећи ј-ну (6) ништа нисмо претпоставили о носачу, па она важи и за СОН и СНН.

- Ако је носач СОН температурне промене и померања ослонаца НЕ изазивају унутрашње силе, тј. у пресецима M, T, N зависе само од оптерећења. Па код СОН носача прва три интеграла у (6) одређују померање δ_0 услед оптерећења, друга два δ_t услед темп. промена, а трећи члан δ_c услед померања ослонаца и обртања уклештења.

$$\left.\begin{aligned}
\delta_0 &= \int_S \frac{M\bar{M}}{EI}ds + \int_S \frac{N\bar{N}}{EF}ds + \int_S k\frac{T\bar{T}}{GF}ds \\
\delta_t &= \int_S \bar{M}\alpha_t \cdot \frac{\Delta t^\circ}{h} + \int_S \bar{N}\cdot\alpha_t\cdot t^\circ ds \\
\delta_c &= -\sum \bar{C}c;
\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

С обзиром да су померања носача мала, при прорачуну их обично множимо са једним погодно изабраним мултипликатором.

- При прорачуну пуних носача тај мултипликатор је EI_c где је:

E - модул еластичности

I_c - упоредни моменат инерције за који усвајамо моменат инерције или највећег или најмањег или неког средњег попречног пресека посматраног носача.

$$\Rightarrow \quad (8)\left\{\begin{aligned}
EI_c\cdot\delta_0 &= \int_S M\bar{M}\frac{I_c}{I}ds + \frac{I_c}{F_c}\int_S N\bar{N}\frac{F_c}{F}ds + 2(1+\nu)\frac{I_c}{F_c}\int_S kT\bar{T}\frac{F_c}{F}ds \\
EI_c\cdot\delta_t &= EI_c\int_S \bar{M}\alpha_t\cdot\frac{\Delta t^\circ}{h}ds + EI_c\int_S \bar{N}\alpha_t\cdot t^\circ ds \\
EI_c\cdot\delta_c &= -EI_c\cdot\sum \bar{C}_i c_i
\end{aligned}\right.$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \frac{E}{G} = 2(1+\nu)$$

При чему је за $EI_c\delta_0$ последња два члана помножена и подељена константом F_c коју називамо УПОРЕДНА ПОВРШИНА НОСАЧА за коју усвајамо површину највећег, најмањег или средњег попречног пресека носача; а у последњем члану вредност E/G замењена $2(1+\nu)$

Када занемаримо утицај T сила, израз $EI_c\delta_0$ ⇒

$$(9) \quad EI_c\delta_0 = \int_S M\bar{M}\frac{I_c}{I}ds + \frac{I_c}{F_c}\int_S N\bar{N}\cdot\frac{F_c}{F}ds$$

а кад још занемаримо и утицај N ⇒

$$(10) \quad EI_c\delta_0 = \int_S M\bar{M}\frac{I_c}{I}ds$$